中２数学　平行と合同

合同と証明(1)

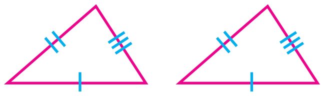
名前

合同な図形の性質

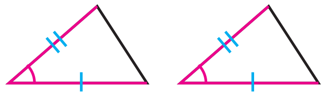
合同な２つの図形では，対応する線分の長さや，角の大きさは等しい。

三角形の合同条件

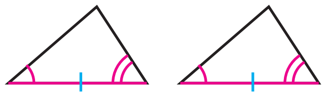
次の条件のうちのどれかが成り立つとき，２つの三角形は合同である。



① ３組の辺が
それぞれ等しい。



② ２組の辺とその間の角が
それぞれ等しい。



③ １組の辺とその両端の角が
それぞれ等しい。

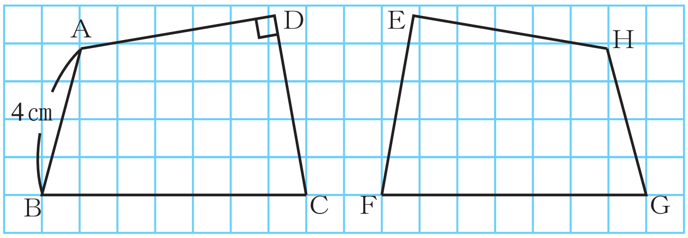
【１】右の図の２つの四角形は合同である。次の問いに答えなさい。

(1) ２つの四角形が合同であることを，
記号 ≡ を使って表しなさい。

(2) 辺ＢＣと対応する辺を答えなさい。

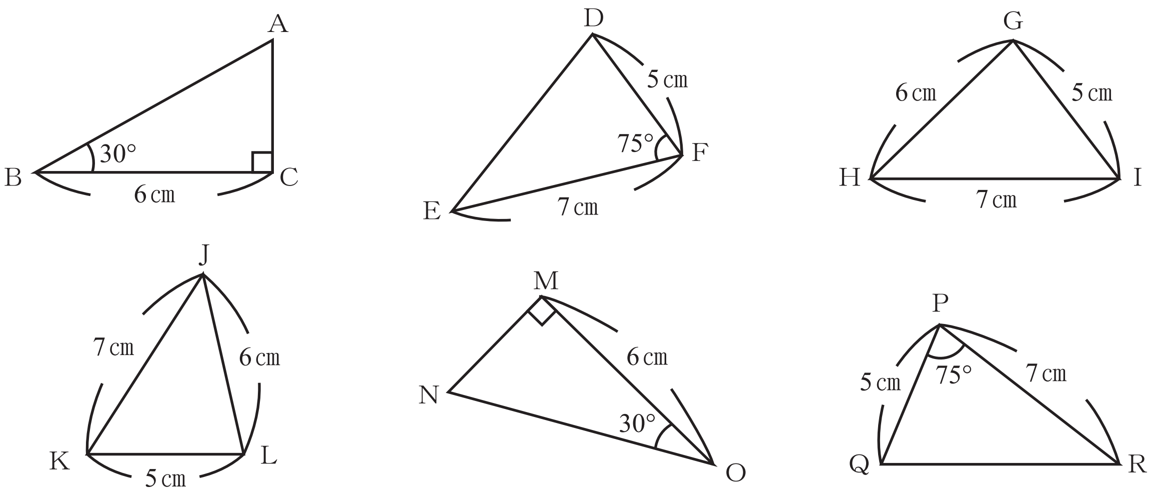
(3) 辺ＨＧの長さを答えなさい。

(4) 角Ｅの大きさを答えなさい。



答え (1) 四角形ＡＢＣＤ ≡ 四角形ＨＧＦＥ　(2) 辺ＧＦ　(3) 4 cm　(4) 90°

【２】下の図で，合同な三角形を見つけ，記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのときに使った三角形の合同条件を答えなさい。



答え

- ΔＡＢＣ ≡ ΔＮＯＭ　　条件　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
- ΔＤＥＦ ≡ ΔＱＲＰ　　条件　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
- ΔＧＨＩ ≡ ΔＬＪＫ　　条件　３組の辺がそれぞれ等しい

中２数学　平行と合同

合同と証明(2)

名前 ______________________

仮定(かてい)と結論(けつろん)

図形の性質などは「●●ならば▲▲」の形であらわされることが多い。
このとき，「ならば」の前の●●の部分を**仮定**，「ならば」の後の▲▲の部分を**結論**という。

証明(しょうめい)

図形の性質など，すでに正しいと認められていることがらを根拠にして，仮定から結論を導くことを**証明**という。

【１】次のことがらの仮定と結論を答えなさい。

(1) △ABC≡△DEFならば，AB＝DEである。

仮定　△ABC≡△DEF　　　結論　AB＝DE

(2) a と b のどちらも正の整数ならば，ab は正の整数である。

仮定　a と b のどちらも正の整数　　　結論　ab は正の整数

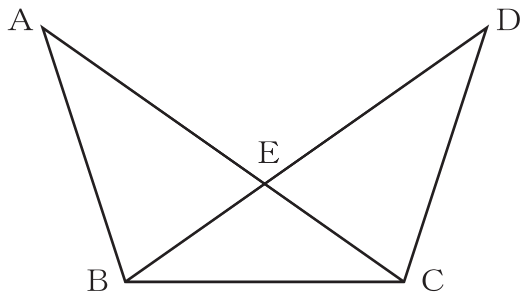
(3) x が２と３の公倍数ならば，x は６の倍数である。

仮定　x が２と３の公倍数　　　結論　x は６の倍数

(4) 錯角が等しければ，２直線は平行である。

仮定　錯角が等しい　　　結論　２直線は平行

【２】右の図で，∠ABC＝∠DCB，∠ACB＝∠DBCならばAB＝DCとなることを，２つの三角形が合同であることと，合同な図形の性質を使って証明する。
次の□をうめて，証明を完成させなさい。



△ABCと ㋐ △DCB で，

仮定より，∠ABC＝ ㋑ ∠DCB …①

∠ACB＝ ㋒ ∠DBC …②

また，共通な辺だから，

㋓ BC＝CB …③

①，②，③より，㋔ １組の辺とその両端の角 がそれぞれ等しいので，

㋕ △ABC ≡ ㋖ △DCB

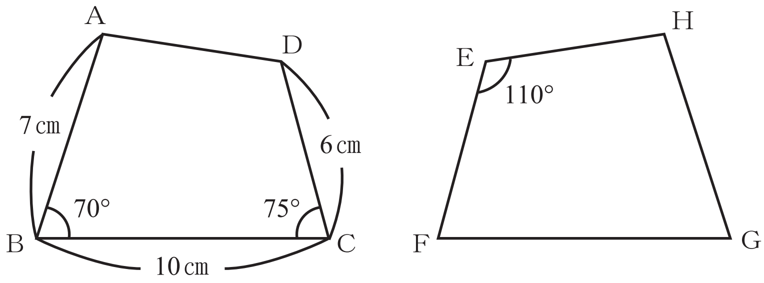
合同な図形の対応する辺は等しいから，㋗ AB ＝ ㋘ DC

中２数学　平行と合同

合同と証明(3)

名前

【１】右の図で，四角形ABCD ≡ 四角形HGFEである。
次の問いに答えなさい。



(1) 辺EF，辺FGの長さを答えなさい。

(2) 角Fの大きさを答えなさい。

(3) 角Hの大きさを答えなさい。

それぞれの対応する角より
∠F ＝ ∠C ＝ 75°，∠G ＝ ∠B ＝ 70°
四角形の内角の和は 360°なので，
∠H ＝ 360° − (75° ＋ 70° ＋ 110°) ＝ 105°

答え(1)辺EF　6 cm　　辺FG　10 cm　　(2)　75°　　(3)　105°

【２】次のことがらの仮定と結論を答えなさい。

(1) x が偶数，y が奇数ならば $x+y$ は奇数である。

仮定　x が偶数，y が奇数　　結論　$x+y$ は奇数

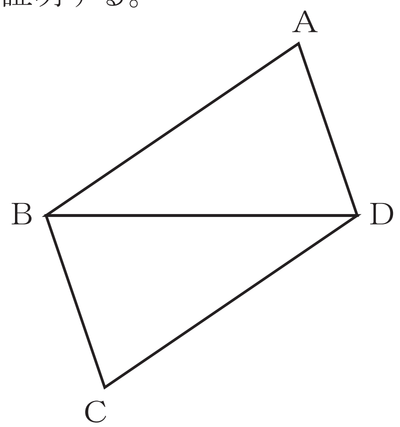
(2) ΔABCで，∠A ＋ ∠B ＞ 90° ならば∠C ＜ 90°である。

仮定　∠A ＋ ∠B ＞ 90°　　結論　∠C ＜ 90°

(3) ΔABC ≡ ΔDEFならば∠C ＝ ∠Fである。

仮定　ΔABC ≡ ΔDEF　　結論　∠C ＝ ∠F

【３】右の図で，AB ＝ CD，∠ABD ＝ ∠CDBならばAD ＝ CBとなることを，
２つの三角形が合同であることと，合同な図形の性質を使って証明する。
次の□をうめて，証明を完成させなさい。



ΔABDと ㋐ ΔCDB で，

仮定より，AB ＝ ㋑ CD …①

∠ABD ＝ ㋒ ∠CDB …②

また，共通な辺だから，

㋓ BD ＝ DB …③

①，②，③より，㋔ ２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいので，

㋕ ΔABD ≡ ㋖ ΔCDB

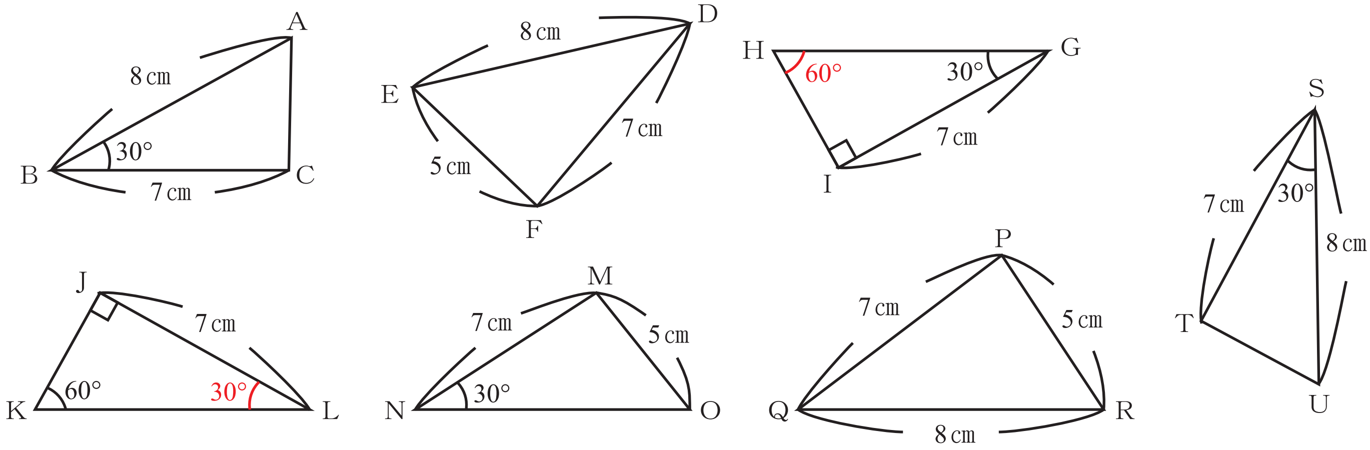
合同な図形の対応する辺は等しいから，㋗ AD ＝ ㋘ CB

中２数学　平行と合同

合同と証明(4)

名前

【１】下の図で，合同な三角形を見つけ，記号 ≡ を使って表しなさい。
また，そのときに使った三角形の合同条件を答えなさい。



答え

・ $\Delta ABC \equiv \Delta UST$　　条件　２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

・ $\Delta DEF \equiv \Delta QRP$　　条件　３組の辺がそれぞれ等しい

・ $\Delta GHI \equiv \Delta LKJ$　　条件　１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

【２】∠XOYの二等分線OPは，コンパスを用いて右の図のように作図できる。
この方法が正しいことを∠AOP＝∠BOPを導くことによって証明する。
次の□をうめて，証明を完成させなさい。

点AとP，点BとPをそれぞれ結ぶ。
ΔAOPとΔBOPで，

仮定より，AO＝ ㋐ BO …①

AP＝ ㋑ BP …②

また，共通な辺だから，

㋒ OP＝OP …③

①，②，③より，

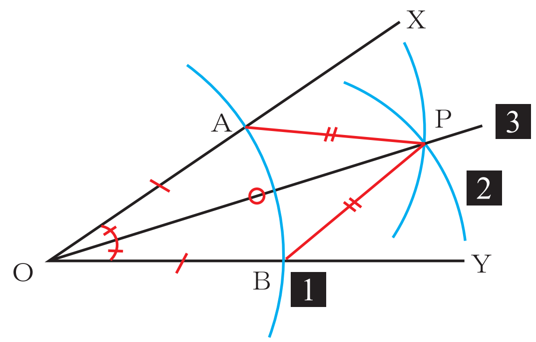
㋓ ３組の辺 がそれぞれ等しいので，

ΔAOP ≡ ΔBOP

合同な図形の対応する角は ㋔ 等しい から，

∠AOP＝∠BOP

したがって，直線OPは∠XOYの二等分線である。



1 点Oを中心にコンパスで円をかき，辺OX，OYとの交点をそれぞれA，Bとする。

2 点A，Bを中心に等しい半径の円をかき，その交点をPとする。

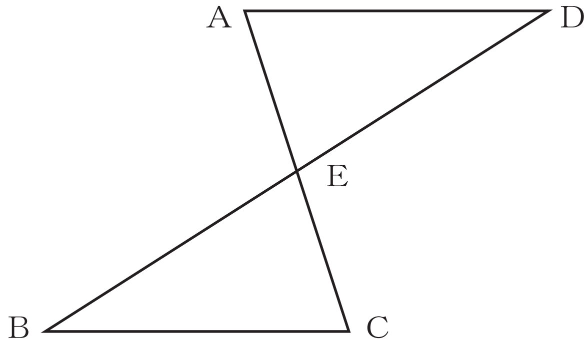
3 半直線OPをかく。

中２数学　平行と合同

合同と証明(5)

名前

【１】右の図で，点ＥがAC，BDの中点ならばAD//BCとなることを証明する。
次の□をうめて，証明を完成させなさい。



ΔADEと ㋐ ΔCBE で，

仮定より，AE＝ ㋑ CE …①

DE＝ ㋒ BE …②

対頂角は等しいから，

㋓ ∠AED＝∠CEB …③

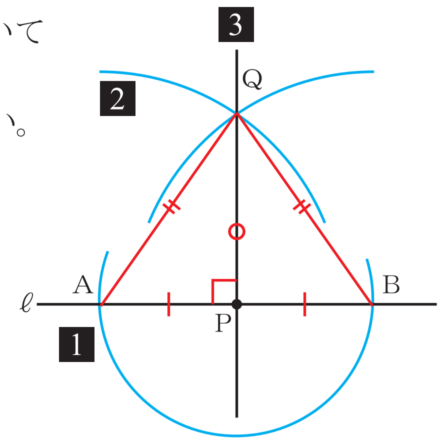
①，②，③より， ㋔ ２組の辺とその間の角 がそれぞれ等しいので，

㋕ ΔADE ≡ ㋖ ΔCBE

合同な図形の対応する角は等しいから，∠DAE＝ ㋗ ∠BCE

錯角が等しいから， ㋘ AD // ㋙ BC

【２】直線 ℓ 上にある点Ｐを通る，直線 ℓ の垂線は，コンパスを用いて右の図のように作図できる。
次の□をうめて，この方法が正しいことの証明を完成させなさい。



1 点Ｐを中心にコンパスで円をかき，直線 ℓ との交点をそれぞれA，Bとする。

2 点A，Bを中心に等しい半径の円をかき,その交点をQとする。

3 点P，Qを通る直線をかく。

点ＡとＱ，点ＢとＱをそれぞれ結ぶ。
ΔＡＱＰとΔＢＱＰで，

仮定より，ＡＱ＝ ㋐ ＢＱ …①

ＡＰ＝ ㋑ ＢＰ …②

共通な辺だから， ㋒ ＱＰ＝ＱＰ …③

①，②，③より，

㋓ ３組の辺 がそれぞれ等しいので，

ΔＡＱＰ ≡ ΔＢＱＰ

合同な図形の対応する角は ㋔ 等しい から，

∠ＡＰＱ＝∠ＢＰＱ…④

④と，∠ＡＰＱ＋∠ＢＰＱ＝180°であることから，∠ＡＰＱ＝∠ＢＰＱ＝ ㋕ 90°

したがって，直線ＰＱは直線 ℓ の垂線である。