

文字式の活用 (1)**文字式の活用**

文字式を活用することで、数量の比較や、数の性質の説明をすることができる。

【1】底面の半径が r cm、高さが h cm の円柱があります。

この円柱について、次の問いに答えなさい。

(1) この円柱の体積を答えなさい。

答え $\pi r^2 h \text{ cm}^3$

(2) この円柱の高さを 2 倍にした円柱の体積は、もとの体積の何倍になりますか。

底面の半径が r cm、高さが $2h$ cm の円柱の体積は、 $\pi \times r^2 \times 2h = 2\pi r^2 h \text{ (cm}^3\text{)}$

(1) の答えと比較すると、 $\frac{2\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 2$ (倍)

答え 2 倍

(3) この円柱の底面の半径を 2 倍にした円柱の体積は、もとの円柱の体積の何倍になりますか。

底面の半径が $2r$ cm、高さが h cm の円柱の体積は、 $\pi \times (2r)^2 \times h = 4\pi r^2 h \text{ (cm}^3\text{)}$

(1) の答えと比較すると、 $\frac{4\pi r^2 h}{\pi r^2 h} = 4$ (倍)

【2】一辺の長さが a cm の立方体があります。この立方体の一辺の長さを 2 倍にすると、体積はもとの立方体の何倍になりますか。

一辺の長さが a cm の立方体の体積は、 $a \times a \times a = a^3 \text{ (cm}^3\text{)}$

一辺の長さを 2 倍にすると、体積は、 $(2a) \times (2a) \times (2a) = 8a^3 \text{ (cm}^3\text{)}$

体積を比較すると、 $\frac{8a^3}{a^3} = 8$ (倍)

答え 8 倍

文字式の活用 (2)

式の活用【数の性質の説明】

文字を使った式を活用すると、数の性質を説明することができる。

(例1) n を整数とすると、次のそれぞれの数を以下のように表せる。

偶数	$2n$
奇数	$2n+1$
3の倍数	$3n$
3で割って1余る整数	$3n+1$

連続する2つの整数	$n, n+1$
連続する2つの偶数	$2n, 2n+2$
連続する2つの奇数	$2n+1, 2n+3$

(例2) m, n を整数とすると、次のそれぞれの数を以下のように表せる。

異なる2つの偶数	$2m, 2n$
異なる2つの奇数	$2m+1, 2n+1$ ※「 $2n+1, 2n+3$ 」と表すと「連続する2つの奇数」という意味になるので注意。

(例3)

十の位が x 、一の位が y の2桁の自然数	$10x+y$
----------------------------	---------

【1】奇数と偶数の和は奇数になることを、文字を使って次のように説明できる。

①、②に文字式を入れて、説明を完成させなさい。

m, n を整数とすると、偶数は $2m$ 、奇数は $\boxed{\text{①}}$ と表すことができる。

奇数と偶数の和は、 $2m + \boxed{\text{①}} = \boxed{\text{②}}$ となる。

$m+n$ は整数だから、 $\boxed{\text{②}}$ は奇数である。

したがって、偶数と奇数の和は奇数になる。

答え ① $2n+1$ ② $2(m+n)+1$

【2】連続する2つの整数の和は奇数になることを、文字を使って説明しなさい。

連続する2つの整数を $n, n+1$ とする。

この2つの整数の和は、 $n+(n+1)=2n+1$

n は整数だから、 $2n+1$ は奇数である。

したがって、2つの整数の和は奇数になる。

文字式の活用 (3)

xについて解く

次の例のように、 x , y についての等式を変形して、 x の値を求める等式を導くことを、**x** について解くという。

$$\text{(例)} \quad y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{2}$$

【1】 次の等式を、[] の中の文字について解きなさい。

$$(1) \quad 2x + y = 5 \quad [x]$$

$$2x = 5 - y$$

$$x = \frac{5-y}{2}$$

$$(2) \quad 2x - 3y + 7 = 0 \quad [x]$$

$$2x = 3y - 7$$

$$x = \frac{3y-7}{2}$$

$$(3) \quad 4x - y = 3 \quad [y]$$

$$-y = 3 - 4x$$

$$y = 4x - 3$$

$$(4) \quad 7xy + 5 = 0 \quad [y]$$

$$7xy = -5$$

$$y = -\frac{5}{7x}$$

【2】 2けたの自然数と、その一の位と十の位を入れかえた自然数の和は、11の倍数になる。①から③に文字式を入れてこの説明を完成させなさい。

十の位の数を x ，一の位の数を y とすると、2けたの自然数は と表すことができる。

また、この自然数の一の位と十の位を入れかえた自然数は と表すことができる。

2つの自然数の和は、 + = となる。

$x + y$ は整数だから、 は11の倍数である。

したがって、2けたの自然数と、その一の位と十の位を入れかえた自然数の和は、11の倍数になる。

答え ① $10x + y$ ② $10y + x$ ③ $11(x + y)$

文字式の活用 (4)

【1】底面の一辺の長さが a cm, 高さが h cm の正四角柱があります。

この正四角柱の底面の一辺の長さを 2 倍, 高さを半分にした正四角柱の体積は, もとの正四角柱の体積の何倍になりますか。

もとの正四角柱の体積は, $a^2 \times h = a^2h$ (cm³)

底面の一辺の長さを変えた正四角柱の体積は, $(2a)^2 \times \frac{1}{2}h = 2a^2h$ (cm³)

2つの体積を比べると, $\frac{2a^2h}{a^2h} = 2$ (倍)

答え 2 倍

【2】2けたの自然数から, その数の一の位と十の位を入れかえた自然数を引いた差は, 9の倍数になる。その理由を説明しなさい。

十の位の数を x , 一の位の数を y とすると, 2けたの自然数は $10x + y$ と表すことができる。

また, この自然数の一の位と十の位を入れかえた自然数は $10y + x$ と表すことができる。

2つの自然数の差は, $(10x + y) - (10y + x) = 9(x - y)$ である。

$x - y$ は整数だから, $9(x - y)$ は 9 の倍数である。

したがって, 2けたの自然数から, その一の位と十の位を入れかえた自然数を引いた差は, 9の倍数になる。

【3】次の等式を, [] の中の文字について解きなさい。

$$(1) y = 8 - 3x \quad [x]$$

$$3x = 8 - y$$

$$x = \frac{8 - y}{3}$$

$$(2) 5x - 4y = 8 \quad [y]$$

$$-4y = -5x + 8$$

$$y = \frac{5x - 8}{4}$$

$$(3) \ell = 2(a + b) \quad [a]$$

$$\ell = 2a + 2b$$

$$-2a = 2b - \ell$$

$$a = \frac{\ell - 2b}{2}$$

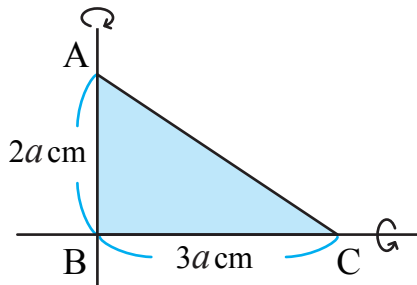
$$(4) m = \frac{a + b}{2} \quad [b]$$

$$2m = a + b$$

$$b = 2m - a$$

文字式の活用 (5)

- 【1】図のような直角三角形があります。この三角形を、辺 AB を軸として1回転させてできる円錐を㊶、辺 BC を軸として1回転させてできる円錐を㊷とする。円錐㊶の体積は、円錐㊷の体積の何倍になるか求めなさい。



円錐㊶の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times (3a)^2 \times 2a = 6\pi a^3$ (cm³)

円錐㊷の体積は、 $\frac{1}{3} \times \pi \times (2a)^2 \times 3a = 4\pi a^3$ (cm³)

2つの円錐の体積を比べると、 $\frac{6\pi a^3}{4\pi a^3} = \frac{3}{2}$ (倍)

答え $\frac{3}{2}$ 倍

- 【2】3つの連続した整数の和は3の倍数になる。その理由を説明しなさい。

3つの連続した整数を n , $n+1$, $n+2$ とすると、その和は

$$n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$$

$n+1$ は整数だから、 $3(n+1)$ は3の倍数である。

したがって、3つの連続した整数の和は3の倍数になる。

- 【3】次の等式を、[] の中の文字について解きなさい。

(1) $y = 4x - 5$ [x]

$$-4x = -y - 5$$

$$x = \frac{y+5}{4}$$

(2) $x + \frac{1}{3}y = 4$ [x]

$$x = 4 - \frac{1}{3}y$$

(3) $2x - 7y + 7 = 0$ [y]

$$-7y = -2x - 7$$

$$y = \frac{2x+7}{7}$$

(4) $\ell = 2\pi r$ [r]

$$2\pi r = \ell$$

$$r = \frac{\ell}{2\pi}$$