

連立方程式の解き方 (1)

2元1次方程式

2つの文字をふくむ1次方程式を2元1次方程式という。

(例) $2x - 3y = 4$

2元1次方程式を成り立たせる2つの文字の値の組み合わせを、その2元1次方程式の解という。

2元1次方程式の解はいくつもある。

連立方程式

方程式を組にしたものを連立方程式という。

(例)
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

組にした方程式を両方とも成り立たせる文字の値の組を、その連立方程式の解といい、解を求めることを連立方程式を解くという。

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $2x - y = 1$ を満たす x, y の値の組を求め、表を完成させなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	-1	1	3	5	7	9	11

(2) 方程式 $x + y = 5$ を満たす x, y の値の組を求め、表を完成させなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	4	3	2	1	0	-1

(3) (1), (2) の表から、次の連立方程式の解を求めなさい。

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$
 (1), (2) の表より、 $x=2, y=3$ の組は両方の方程式を成り立たせることがわかる。 答え $x=2, y=3$

【2】 連立方程式 (1), (2) の解を、① から ④ の x, y の組から選び、記号で答えなさい。

(1)
$$\begin{cases} 2x + 2y = 2 \\ x - y = -5 \end{cases}$$
 (2)
$$\begin{cases} 2x - 3y = -6 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

- ① $x=2, y=1$ ② $x=3, y=4$ ③ $x=-2, y=3$ ④ $x=3, y=-1$

x, y の値を連立方程式に代入して、両方の方程式を成り立たせる組を探することができる。

答え (1) ③ (2) ②

連立方程式の解き方 (2)

かげんほう
加減法

次の連立方程式では、①と②の式の左辺どうし、右辺どうしを加えると、xを消去できる。

$$\begin{cases} x - 5y = -2 & \cdots \textcircled{1} \\ -x + 2y = -1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{x} - 5y = -2 \\ +) -\textcircled{x} + 2y = -1 \\ \hline \textcircled{-3}y = -3 \end{array}$$

xを消去

このように、連立方程式の左辺どうし、右辺どうしを加えたり引いたりすることで、一方の文字を消去して解く方法を、**加減法**という。

【1】 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

(1) $\begin{cases} x - 5y = -2 & \cdots \textcircled{1} \\ -x + 2y = -1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} x - 5y = -2 \quad \textcircled{1} \\ +) -x + 2y = -1 \quad \textcircled{2} \\ \hline -3y = -3 \\ y = 1 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{l} x - 5 \times 1 = -2 \\ x = 3 \end{array}$$

答え $x = 3, y = 1$

(2) $\begin{cases} 2x - y = 1 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - y = 5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 2x - y = 1 \quad \textcircled{1} \\ -) 3x - y = 5 \quad \textcircled{2} \\ \hline -x = -4 \\ x = 4 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{l} 2 \times 4 - y = 1 \\ y = 7 \end{array}$$

答え $x = 4, y = 7$

(3) $\begin{cases} x - 2y = 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x + 3y = -4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 2x - 4y = 10 \quad \textcircled{1} \times 2 \\ -) 2x + 3y = -4 \quad \textcircled{2} \\ \hline -7y = 14 \\ y = -2 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{l} x - 2 \times (-2) = 5 \\ x = 1 \end{array}$$

答え $x = 1, y = -2$

(4) $\begin{cases} 2x - y = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 4y = 8 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\begin{array}{r} 8x - 4y = 36 \quad \textcircled{1} \times 4 \\ +) 3x + 4y = 8 \quad \textcircled{2} \\ \hline 11x = 44 \\ x = 4 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{l} 2 \times 4 - y = 9 \\ y = -1 \end{array}$$

答え $x = 4, y = -1$

連立方程式の解き方 (3)

だいにゅうほう
代入法

次の連立方程式では、② を① に代入すると、y を消去できる。

$$\begin{cases} 4x - 3y = -8 & \cdots \textcircled{1} \\ y = 2x + 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$4x - 3(2x + 2) = -8$$

②を①に代入

このように、代入によって一方の文字を消去して解く方法を、**代入法**という。

※連立方程式の解き方には加減法や代入法があるが、問題に指示がないときは、式の形に合わせて解きやすい方法を使うと良い。

【1】 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 4x - 3y = -5 & \cdots \textcircled{1} \\ y = 3x & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{aligned} 4x - 3 \times 3x &= -5 \\ -5x &= -5 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$x=1$ を②に代入して、 $y=3$

答え $x=1, y=3$

$$(2) \begin{cases} 2x + y = 12 & \cdots \textcircled{1} \\ x = -2y & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{aligned} 2 \times (-2y) + y &= 12 \\ -3y &= 12 \\ y &= -4 \end{aligned}$$

$y=-4$ を②に代入して、 $x=8$

答え $x=8, y=-4$

$$(3) \begin{cases} 3x - 2y = 7 & \cdots \textcircled{1} \\ x = y + 4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{aligned} 3(y + 4) - 2y &= 7 \\ y + 12 &= 7 \\ y &= -5 \end{aligned}$$

$y=-5$ を②に代入して、

$$\begin{aligned} x &= -5 + 4 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

答え $x=-1, y=-5$

$$(4) \begin{cases} 2x + 3y = 13 & \cdots \textcircled{1} \\ y = 2x - 1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{aligned} 2x + 3(2x - 1) &= 13 \\ 8x - 3 &= 13 \\ 8x &= 16 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$x=2$ を②に代入して、

$$\begin{aligned} y &= 2 \times 2 - 1 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

答え $x=2, y=3$

連立方程式の解き方 (4)

【1】 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 5x + 3y = 4 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x - 3y = 14 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 5x + 3y = 4 \quad \textcircled{1} \\ +) 4x - 3y = 14 \quad \textcircled{2} \\ \hline 9x = 18 \\ x = 2 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{r} 5 \times 2 + 3y = 4 \\ 3y = -6 \\ y = -2 \end{array}$$

答え $x=2, y=-2$

$$(2) \begin{cases} -2x + 3y = 17 & \cdots \textcircled{1} \\ 5x + 9y = 7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -6x + 9y = 51 \quad \textcircled{1} \times 3 \\ -) 5x + 9y = 7 \quad \textcircled{2} \\ \hline -11x = 44 \\ x = -4 \end{array}$$

これを②に代入して、

$$\begin{array}{r} 5 \times (-4) + 9y = 7 \\ 9y = 27 \\ y = 3 \end{array}$$

答え $x=-4, y=3$

$$(3) \begin{cases} 2x - 3y = -8 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 4y = -9 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 6x - 9y = -24 \quad \textcircled{1} \times 3 \\ -) 6x - 8y = -18 \quad \textcircled{2} \times 2 \\ \hline -y = -6 \\ y = 6 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{r} 2x - 3 \times 6 = -8 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{array}$$

答え $x=5, y=6$

【2】 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} -5x + 2y = -8 & \cdots \textcircled{1} \\ x = y - 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{array}{r} -5(y - 2) + 2y = -8 \\ -3y + 10 = -8 \\ -3y = -18 \\ y = 6 \end{array}$$

$y=6$ を②に代入して、

$$\begin{array}{r} x = 6 - 2 \\ x = 4 \end{array}$$

答え $x=4, y=6$

$$(2) \begin{cases} y = 2x + 1 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x - 2y = -5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$\begin{array}{r} 3x - 2(2x + 1) = -5 \\ -x - 2 = -5 \\ -x = -3 \\ x = 3 \end{array}$$

$x=3$ を①に代入して、

$$\begin{array}{r} y = 2 \times 3 + 1 \\ y = 7 \end{array}$$

答え $x=3, y=7$

$$(3) \begin{cases} 4x + y = 3 & \cdots \textcircled{1} \\ 7x + 5y = -11 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を y について解くと

$$y = 3 - 4x \quad \cdots \textcircled{1}'$$

この式を②に代入すると、

$$\begin{array}{r} 7x + 5(3 - 4x) = -11 \\ -13x + 15 = -11 \\ -13x = -26 \\ x = 2 \end{array}$$

$x=2$ を①'に代入して、

$$\begin{array}{r} y = 3 - 4 \times 2 \\ y = -5 \end{array}$$

答え $x=2, y=-5$

連立方程式の解き方 (5)

【1】 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 8x - 3y = -10 & \cdots \textcircled{1} \\ 8x + 2y = 20 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 8x - 3y = -10 \quad \textcircled{1} \\ -) 8x + 2y = 20 \quad \textcircled{2} \\ \hline -5y = -30 \\ y = 6 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{r} 8x - 3 \times 6 = -10 \\ 8x = 8 \\ x = 1 \end{array}$$

答え $x=1, y=6$

$$(2) \begin{cases} 3x + 2y = 15 & \cdots \textcircled{1} \\ 9x - 5y = 12 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 9x + 6y = 45 \quad \textcircled{1} \times 3 \\ -) 9x - 5y = 12 \quad \textcircled{2} \\ \hline 11y = 33 \\ y = 3 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \times 3 = 15 \\ 3x = 9 \\ x = 3 \end{array}$$

答え $x=3, y=3$

$$(3) \begin{cases} 2x - 3y = -14 & \cdots \textcircled{1} \\ -5x + 4y = 28 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 10x - 15y = -70 \quad \textcircled{1} \times 5 \\ +) -10x + 8y = 56 \quad \textcircled{2} \times 2 \\ \hline -7y = -14 \\ y = 2 \end{array}$$

これを①に代入して、

$$\begin{array}{r} 2x - 3 \times 2 = -14 \\ 2x = -8 \\ x = -4 \end{array}$$

答え $x=-4, y=2$

【2】 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x - 2y = 2 & \cdots \textcircled{1} \\ y = x + 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入すると、

$$\begin{array}{r} 3x - 2(x + 2) = 2 \\ x - 4 = 2 \\ x = 6 \end{array}$$

$x=6$ を②に代入して、

$$\begin{array}{r} y = 6 + 2 \\ y = 8 \end{array}$$

答え $x=6, y=8$

$$(2) \begin{cases} x = 7 - 4y & \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 8y = 9 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$$\begin{array}{r} 3(7 - 4y) + 8y = 9 \\ -4y + 21 = 9 \\ -4y = -12 \\ y = 3 \end{array}$$

$y=3$ を①に代入して、

$$\begin{array}{r} x = 7 - 4 \times 3 \\ x = -5 \end{array}$$

答え $x=-5, y=3$

$$(3) \begin{cases} x + 9y = 5 & \cdots \textcircled{1} \\ -3x + 5y = 17 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①を x について解くと

$$x = 5 - 9y \quad \cdots \textcircled{1}'$$

この式を②に代入すると、

$$\begin{array}{r} -3(5 - 9y) + 5y = 17 \\ 32y - 15 = 17 \\ 32y = 32 \\ y = 1 \end{array}$$

$y=1$ を①'に代入して、

$$\begin{array}{r} x = 5 - 9 \times 1 \\ x = -4 \end{array}$$

答え $x=-4, y=1$