中２数学　１次関数

１次関数 (1)

名前

１次関数

y が x の関数で，次の式のように y が x の１次式で表されるとき，y は x の **１次関数** であるという。

$$y = ax + b \ (a,\ b は定数)$$

$y = ax + b$

x に比例する部分：ax　　定数の部分：b

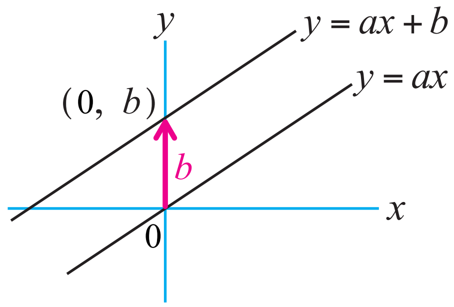
１次関数の変化の割合

x の増加量に対する y の増加量の割合を，変化の割合という。１次関数では変化の割合は一定で，x の係数 a に等しい。

$$(\text{変化の割合}) = \frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})} = a\ (\text{一定})$$

１次関数のグラフと比例のグラフの関係

１次関数 $y = ax + b$ のグラフは，$y = ax$ グラフを y 軸の正の方向に b だけ平行移動した直線である。



【１】次の①から⑤のうち，y が x の１次関数であるものをすべて選びなさい。

① $y = 2x + 1$　　② $y = \dfrac{3}{x}$　　③ $y = -x$　　④ $y + 2x - 1 = 0$　　⑤ $y = x^2 - 7$

④は式を変形すると $y = -2x + 1$ となるので，1次関数である。　答え　①，③，④

【２】１次関数 $y = 3x - 1$ で，x が次のように変化する場合の変化の割合を計算しなさい。

(1) x が１から３まで変化

x の増加量は，$3 - 1 = 2$

y の増加量：$x = 1$ のとき，$y = 3 \times 1 - 1 = 2$

$x = 3$ のとき，$y = 3 \times 3 - 1 = 8$

よって，y の増加量は，$8 - 2 = 6$

変化の割合は，$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})} = \dfrac{6}{2} = 3$

答え　3

(2) x が -2 から５まで変化

x の増加量は，$5 - (-2) = 7$

y の増加量：$x = -2$ のとき，$y = 3 \times (-2) - 1 = -7$

$x = 5$ のとき，$y = 3 \times 5 - 1 = 14$

よって，y の増加量は，$14 - (-7) = 21$

変化の割合は，$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})} = \dfrac{21}{7} = 3$

答え　3

※1 次関数では変化の割合は一定なので，(1)と(2)で値は等しくなる。

【３】１次関数 $y = 2x + 3$ で，x が次のように増加する場合の y の増加量を計算しなさい。

y の増加量は，次の式から求められる。$(y\text{の増加量}) = (\text{変化の割合}) \times (x\text{の増加量})$

１次関数 $y = 2x + 3$ の変化の割合は２である。

(1) x が１から７まで増加

x の増加量は 6。

y の増加量は

$2 \times 6 = 12$　　答え　12

(2) x が -1 から３まで増加

x の増加量は 4。

y の増加量は

$2 \times 4 = 8$　　答え　8

中２数学　１次関数

１次関数 (2)

名前

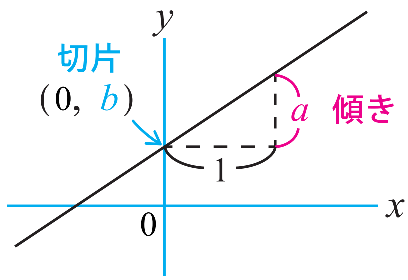
1次関数のグラフの切片と傾き

1 次関数のグラフは必ず y 軸上の点 $(0,\ b)$ を通る。

この b の値をグラフの**切片**という。

また，直線の傾きは，変化の割合 a によって決まる。

この a の値を，グラフの**傾き**という。



1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは，**傾きが a**，**y 軸上の切片が b** の直線である。

1次関数のグラフのかき方

1 次関数のグラフは直線なので，切片と傾きの値から，

グラフが通る点を 2 つ求め，その 2 点を通る直線をひけばよい。

【１】次の 1 次関数のグラフの傾きと切片を求めなさい。

(1)　$y=2x-1$　　(2)　$y=x$　　(3)　$y+5x-2=0$

1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは，傾きが a，切片が b の直線である。

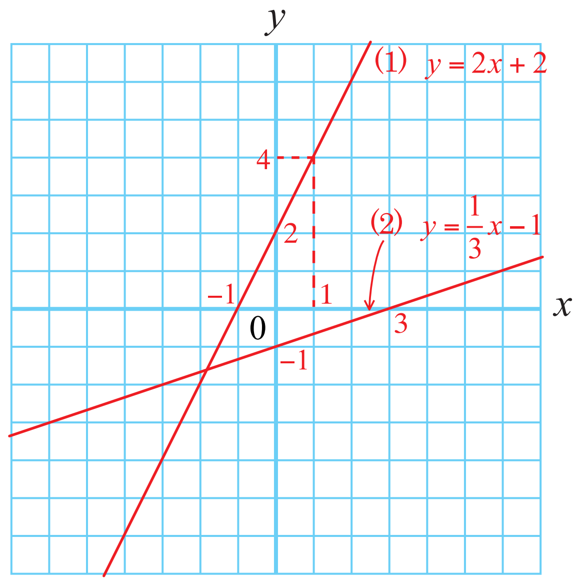
※(3)は $y=-5x+2$ という形に変形できる。

答え　(1) 傾き 2，切片 −1　(2) 傾き 1，切片 0　(3) 傾き −5，切片 2

【２】次の 1 次関数のグラフをかきなさい。

(1)　$y=2x+2$　　(2)　$y=\frac{1}{3}x-1$

(1) 1 次関数 $y=2x+2$ が通る 2 点の座標を求めれば，
グラフを書くことができる。
まず，切片が 2 なので，点 (0,2) を通ることがわかる。
また，傾きが 2 なので，(0,2) から x 軸方向に 1，
y 軸方向に 2 だけ進んだ 点 (1,4) を通ることもわかる。
この 2 点を通る直線を引けばよい。
※$y=2x+2$ に $y=0$ を代入すると，$x=-1$ である。
これは直線と x 軸との交点の座標である。
この点と，y 軸との交点 (0,2) の 2 点を用いてもよい。
(2) も (1) と同じ方法でかける。



【３】1次関数 $y=2x+2$ について，x の変域が $-3<x\leqq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

x の値を $y=2x+2$ に代入すると、$x=-3$ のとき $y=-4$，$x=1$ のとき $y=4$ である。

※不等号＜と≦のちがいに注意すること。

答え　$-4<y\leqq 4$

中２数学　１次関数

１次関数 (3)

名前

直線の式

たとえば，１次関数 $y=2x+3$ のグラフを**直線** $y=2x+3$ ということがある。

また、この式 $y=2x+3$ を**直線の式**ということがある。

直線の式の求め方

① 傾きと，通る１点の座標から求める

式 $y=ax+b$ に傾き a を代入し，さらに通る１点の座標を代入することで，b の値を求める。

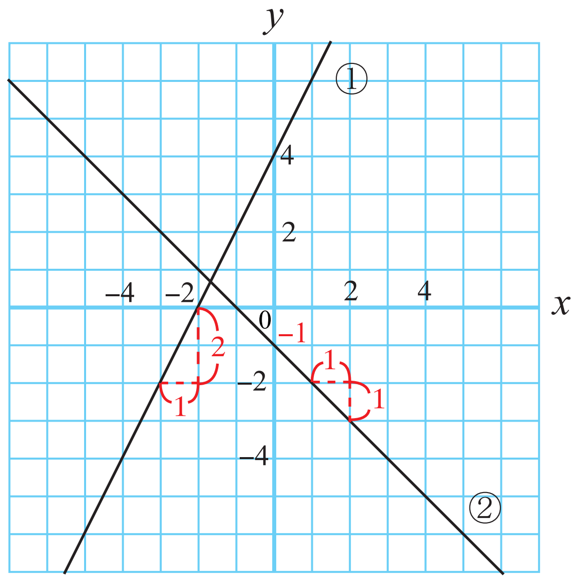
切片がわかる場合は，式 $y=ax+b$ に傾き a と切片 b を代入すればよい。

② 通る２点の座標から求める

２点の座標を式 $y=ax+b$ に代入すると，a と b についての連立方程式を作ることができる。

この連立方程式を解くことで，a と b の値を求める。

【１】右の図の直線①，②の式を求めなさい。



①グラフより傾きが2, 切片が4 であることがわかる。

$y=ax+b$ に $a=2$，$b=4$ を代入して，$y=2x+4$

②傾きが -1，切片が -1 であることがわかる。

$y=ax+b$ に $a=-1$，$b=-1$ を代入して，$y=-x-1$

答え　直線①　$y=2x+4$

直線②　$y=-x-1$

【２】次の直線の式を求めなさい。

(1) 傾きが２で，点 (4, 3) を通る直線。

$y=ax+b$ に傾き $a=2$ を代入すると，$y=2x+b$

さらに，$x=4, y=3$ を代入すると，$3=2\times4+b$　$b=-5$　よって，直線の式は $y=2x-5$

(2) ２点（2, −2），(−1, 7）を通る直線。

$y=ax+b$ に $x=2, y=-2$ を代入すると，$2a+b=-2$ …①

$y=ax+b$ に $x=-1, y=7$ を代入すると，$-a+b=7$ …②

①，②を連立方程式として解くと，$a=-3$，$b=4$　よって，直線の式は $y=-3x+4$

答え　直線 (1)　$y=2x-5$　　直線 (2)　$y=-3x+4$

中２数学	１次関数

１次関数 (4)

名前 ______________________

【１】次の数量の関係のうち，y が x の１次関数であるものをすべて選びなさい。

① 周りの長さが 40cm，縦の長さが x cm の長方形の横の長さ y cm。

② 100km の道のりを，x 時間かけて自動車で走ったときの時速 y km。

③ １本 60 円の鉛筆を x 本と，100円 の消しゴムを１つ買ったときの代金 y 円。

④ １辺の長さが x cm の立方体の体積 y cm^3。

※y を x の式で表すと，① $y=-x+20$ ② $y=\dfrac{100}{x}$ ③ $y=60x+100$ ④ $y=x^3$

答え ①，③

【２】1 次関数 $y=-\dfrac{2}{3}x-2$ で, x が次のように増加する場合の y の増加量を計算しなさい。

(1) x が 1 から 4 まで増加

(2) x が −3 から 9 まで増加

y の増加量は，次の式から求められる。$(y\text{の増加量})=(\text{変化の割合})\times(x\text{の増加量})$

1 次関数 $y=-\dfrac{2}{3}x-2$ の変化の割合は $-\dfrac{2}{3}$ である。

(1) x の増加量は，$4-1=3$

y の増加量は，$-\dfrac{2}{3}\times 3=-2$

答え −2

(2) x の増加量は，$9-(-3)=12$

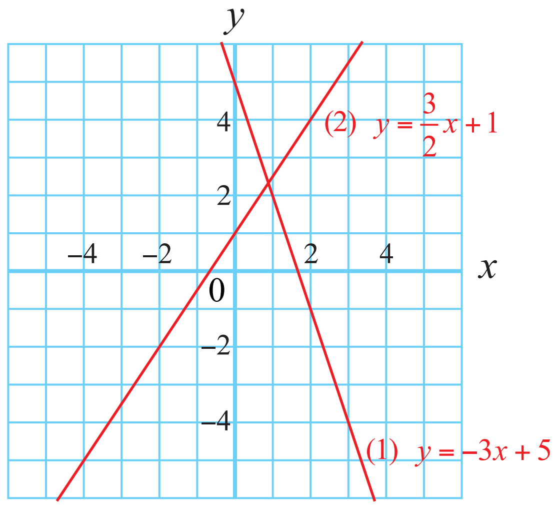
y の増加量は，$-\dfrac{2}{3}\times 12=-8$

答え −8

【３】次の１次関数のグラフをかきなさい。

(1) $y=-3x+5$

(2) $y=\dfrac{3}{2}x+1$



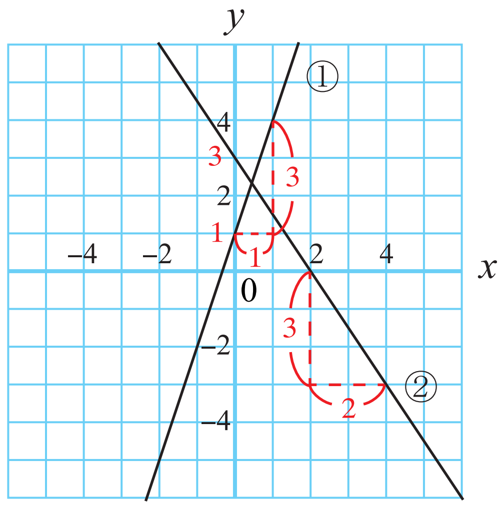
【４】右の図の直線①，②の式を求めなさい。

①グラフより傾きが 3, 切片が 1 であることがわかる。

$y=ax+b$ に $a=3$，$b=1$ を代入すると，$y=3x+1$

②傾きが $-\dfrac{3}{2}$，切片が 3 であることがわかる。

$y=ax+b$ に $a=-\dfrac{3}{2}$，$b=3$ を代入して，$y=-\dfrac{3}{2}x+3$



答え　直線① $y=3x+1$

直線② $y=-\dfrac{3}{2}x+3$

中２数学　１次関数

１次関数 (5)

名前

【１】１次関数 $y=\frac{1}{3}x+2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) この１次関数の傾きと切片を求めなさい。

答え　傾き $\frac{1}{3}$，切片 2

(2) この１次関数のグラフの，x 軸，y 軸との交点の座標を求めなさい。

x 軸との交点では $y=0$ である。式に代入すると，$x=-6$。よって交点の座標は $(-6, 0)$

また，y 軸との交点では $x=0$ で，切片 2 なので，交点の座標は $(0, 2)$

答え　x 軸との交点　$(-6, 0)$　　y 軸との交点　$(0, 2)$

【２】１次関数 $y=-3x+2$ について x の変域が $-3<x\leqq1$ のときの y の変域を求めなさい。

１次関数 $y=2x+2$ は右下がりの直線である。(x の値が増加すると，y の値は減少する。)

したがって，x が最小値をとるとき，y は最大値をとり，x が最大値をとるとき，

y は最小値をとる。

x の値を $y=-3x+2$ に代入すると，$x=-3$ のとき $y=11$，$x=1$ のとき $y=-1$ である。

※とくに傾きが負のときは不等号に注意すること。x は -3 より大きいので，y は 11 よりも小さくなる。

答え　$-1\leqq y<11$

【３】次の直線の式を求めなさい。

(1) 傾きが -4 で，点 $(3, -3)$ を通る直線。

$y=ax+b$ に傾き $a=-4$ を代入すると，$y=-4x+b$

さらに，$x=3, y=-3$ を代入すると，$-3=-4\times3+b$　$b=9$。よって，直線の式は $y=-4x+9$

(2) 2 点 $(-1, 1)$，$(3, 6)$ を通る直線。

$y=ax+b$ に $x=-1, y=1$ を代入すると，$-a+b=1$…①

$y=ax+b$ に $x=3, y=6$ を代入すると，$3a+b=6$…②

①，②を連立方程式として解くと，$a=\frac{5}{4}$，$b=\frac{9}{4}$。よって，直線の式は $y=\frac{5}{4}x+\frac{9}{4}$

答え　直線 (1)　$y=-4x+9$　　直線 (2)　$y=\frac{5}{4}x+\frac{9}{4}$