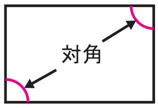
中２数学　三角形と四角形

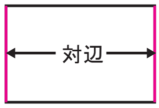
四角形(1)

名前

対辺と対角

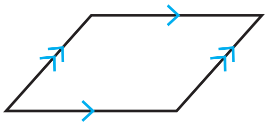
四角形の向かい合う辺を対辺, 向かい合う角を対角という。



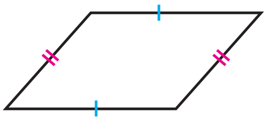


平行四辺形

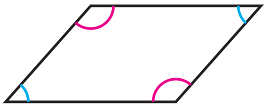
定義：2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形を**平行四辺形**という。



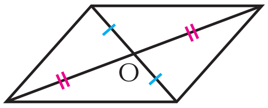
平行四辺形の性質



① 2 組の対辺は
それぞれ等しい。



② 2 組の対角は
それぞれ等しい。



③ 対角線はそれぞれの
中点で交わる。

平行四辺形になるための条件

定義：2 組の対辺がそれぞれ平行である。

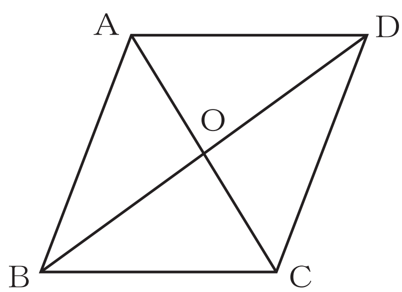
定理：① 2 組の対辺がそれぞれ等しい。　② 2 組の対角がそれぞれ等しい。
③ 対角線がそれぞれの中点で交わる。　④ 1 組の対辺が平行で, その長さが等しい。

【１】次の①から④の条件のうち，四角形ABCDがつねに平行四辺形になるものをすべて答えなさい。ただし, ④については，対角線ACとBDの交点をOとする。

①AB＝DC, AB∥DC　②AB＝AD, AB∥DC
③AB＝DC, AD＝BC　④OA＝OD, OB＝OC

答え　①，③

【２】平行四辺形ABCDで，２本の対角線がそれぞれの中点で交わることを証明する。
次の□をうめて, 証明を完成させなさい。

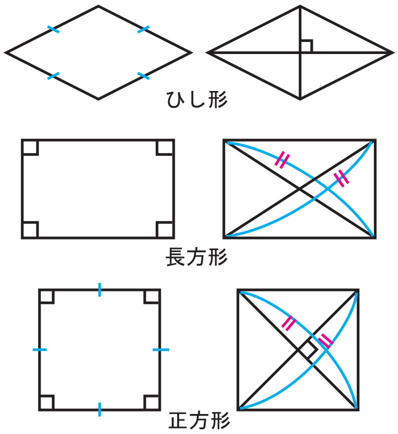


ΔAOBとΔCODで,
平行四辺形の対辺は等しいので, AB＝ ㋐ CD …①
平行線の錯角は等しいので,
∠BAO＝ ㋑ ∠DCO …②
∠ABO＝ ㋒ ∠CDO …③
①, ②, ③より, ㋓ １組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい ので
ΔAOB≡ΔCOD
合同な図形の対応する辺は等しいから,
AO＝ ㋔ CO , BO＝ ㋕ DO
よって, 平行四辺形の２本の対角線はそれぞれの中点で交わる。

四角形(2)

名前

いろいろな四角形



ひし形…定義：4 つの辺が等しい四角形を**ひし形**という。
　　　　定理：2 本の対角線は垂直に交わる。

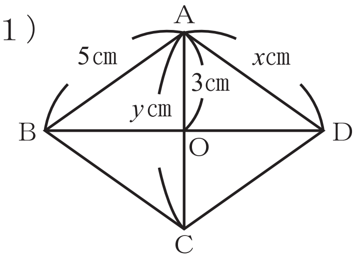
長方形…定義：4 つの角がすべて直角な四角形を**長方形**という。
　　　　定理：対角線は等しい。

正方形…定義：4 つの辺が等しく, 4 つの角がすべて直角な四角形を**正方形**という。
　　　　定理：対角線は, 等しく垂直に交わる。

ひし形, 長方形, 正方形はどれも平行四辺形の特別な場合で, 平行四辺形の性質をすべて持っている。また, 正方形はひし形と長方形のどちらの性質も持っている。

【１】次の図のひし形ABCDで, x, y の値をそれぞれ求めなさい。

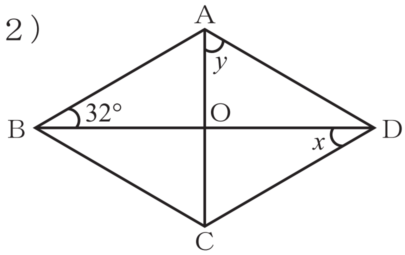
（1）



ひし形の 4 つの辺は等しいので,
AB＝AD ＝5cm　よって, $x=5$
対角線は中点で交わるので,
OB＝OC＝3cm
AC＝OB＋OC＝6cm
よって, $y=6$

答え　$x=5$　$y=6$

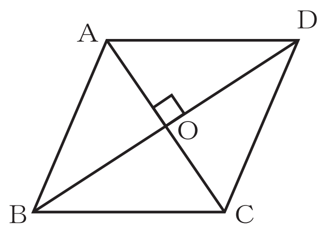
（2）



ひし形の 4 つの辺は等しいので, AB＝AD＝CD
対角線は垂直に交わるので, ∠AOB＝∠AOD＝∠COD＝90°
対角線は中点で交わるので, OB＝OD
よって, △AOB≡△AOD≡△COD
合同な図形の対応する角は等しいから, ∠x＝∠ADO＝∠ABO＝32°
三角形の内角の和は 180°だから, ∠y＋∠ADO＋∠AOD＝180°
　∠y＝180°−(∠ADO＋∠AOD)＝180°−(32°＋90°)＝58°

答え　∠x＝32°　∠y＝58°

【２】四角形ABCDが平行四辺形で, 2 本の対角線が直角に交わっているとき, 四角形ABCDはひし形であることを証明したい。次の□をうめて, 証明を完成させなさい。



△ABOと△ADOで, 仮定より, ∠AOB＝ ㋐ ∠AOD ＝90°…①

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので,

BO＝ ㋑ DO …②

共通な辺だから, AO＝ ㋒ AO …③

①,②,③より, ㋓ 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい ので, △ABO≡△ADO

合同な図形の対応する辺は等しいから, AB＝ ㋔ AD …④

平行四辺形の対辺は等しいから，AB＝ ㋕ DC …⑤，AD＝ ㋖ BC …⑥

④, ⑤, ⑥より, ㋗ 4 つの辺が等しい ので, 四角形ABCDはひし形である。

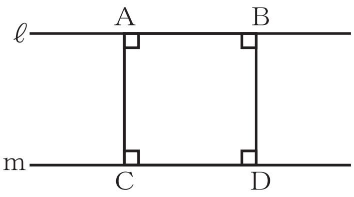
中２数学　三角形と四角形

四角形(3)

名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

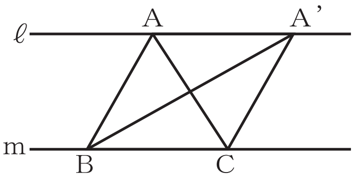
平行線の距離

図のように平行な２直線 ℓ, mで, ℓ 上の２点A,Bから垂線を引き, 直線mとの交点をC,Dとすると, A,Bを直線 ℓ のどこにとってもAC＝BDがなりたつ。つまり, 平行線間の距離は一定である。

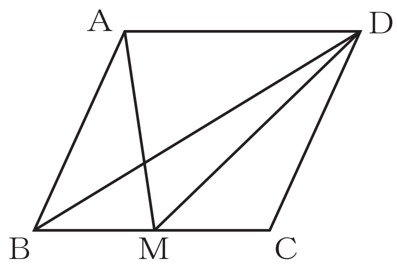


平行線と面積

図のΔABCとΔA’BCは, 底辺が共通で, 高さが等しいので, 面積が等しい。このことを, ΔABC＝ΔA’BCとあらわす。

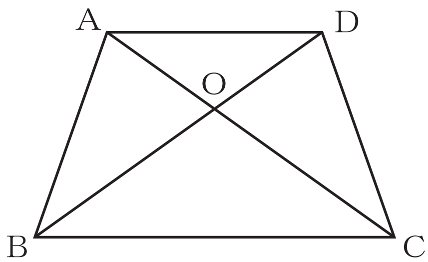


【１】右の図で, 四角形ABCDは平行四辺形である。
また, 点Mは辺BCの中点である。
ΔABMと面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



答え　ΔDBM,　ΔDMC

【２】右の図の四角形ABCDはAD//BCの台形である。
このとき, ΔAOB＝DOCであることを証明したい。
次の□をうめて, 証明を完成させなさい。



ΔABCとΔDBCで, ㋐ 底辺BC は共通である。

仮定より, AD// ㋑ BC で, 高さが等しいので,

ΔABC＝ ㋒ ΔDBC …①

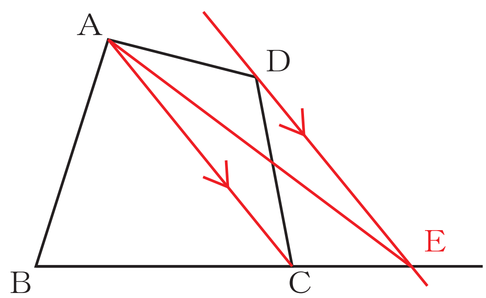
また, ΔAOB＝ΔABC－ ㋓ ΔOBC …②

ΔDOC＝ΔDBC－ ㋔ ΔOBC …③　である。

よって, ①, ②, ③より　ΔAOB＝DOC

【３】右の図で, 辺BCの延長線上に点Eをとり,
四角形ABCDと面積の等しいΔABEを作図しなさい。

①対角線ACを引く。
②ACと平行で頂点Dを通る直線を引き,
　BCの延長線との交点をEとする,
③頂点AとEを結ぶ。底辺ACが共通で,
　AC//DEより高さが等しいので,
　ΔADC＝ΔAEC
　ΔABCが共通なので, 四角形ABCDとΔABEの面積は等しい。



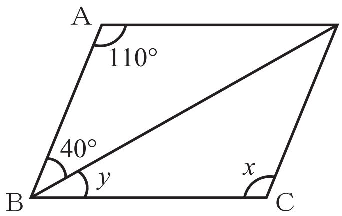
中２数学	三角形と四角形

四角形(4)

名前

【１】次の図の平行四辺形ABCDで, $\angle x$, $\angle y$ の値をそれぞれ求めなさい。

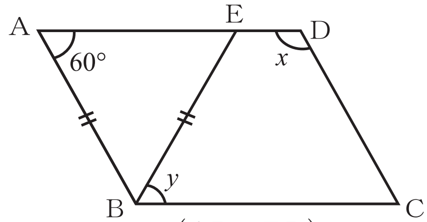
（１）



平行四辺形の対角は等しいので, $\angle x = \angle A = 110°$
平行線の錯角は等しいので, ∠BDC＝∠DBA＝40°
三角形の内角の和は180°なので,
$\angle y + \angle x + \angle BDC = 180°$
$\angle y = 180° - (\angle x + \angle BDC)$
$= 180° - (110° + 40°) = 30°$

答え　$\angle x = 110°$　$\angle y = 30°$

（２）

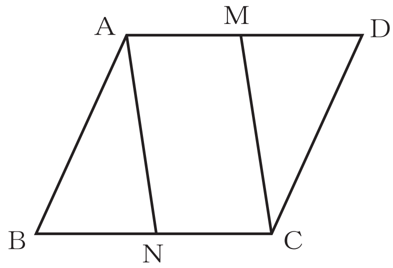


（AB＝EB）

△ABEは二等辺三角形なので, ∠A＝∠AEB＝60°
三角形の内角の和は180°なので,
∠ABE＋∠A＋∠AEB＝180°
∠ABE＝180°－(∠A＋∠AEB)
＝180°－(60°＋60°)＝60°
平行線の錯角は等しいので, $\angle y = \angle AEB = 60°$
平行四辺形の対角は等しいので,
$\angle x = \angle y + \angle ABE = 60° + 60° = 120°$

答え　$\angle x = 120°$　$\angle y = 60°$

【２】平行四辺形ABCDで, 辺AD, BCの中点をそれぞれM, Nとする。
このとき, 四角形ANCMが平行四辺形であることを証明する。
次の□をうめて, 証明を完成させなさい。



四角形ABCDは平行四辺形なので, AM // NC…①

平行四辺形の対辺は等しいから, AD＝ ㋐ BC …②

点M, Nはそれぞれ辺AD, BCの中点なので,

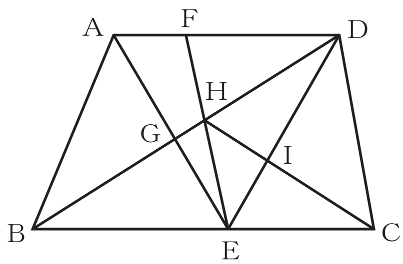
AM＝ ㋑ $\frac{1}{2}$AD …③　NC＝ ㋒ $\frac{1}{2}$BC …④

②, ③, ④より, AM＝ ㋓ NC …⑤

①, ⑤より, ㋔ １組の対辺が平行で長さが等しい から,

四角形ANCMは平行四辺形である。

【３】右の図で, 四角形ABCDはAD // BCの台形である。また, FE // DCである。
△ABEと面積が等しい三角形をすべて答えなさい。



△ABEと△DBEは底辺ＢＥが共通でAD // BCより高さが等しいので,
△ABE＝△DBE
また, △DBE＝△HBE＋△DHE…①
△HBC＝△HBE＋△CHE…②
△DHEと△CHEは底辺HEが共通で, FE // DCより高さが等しいので,
△DHE＝△CHE…③
①, ②, ③より, △DBE＝△HBC

答え　△DBE, △HBC

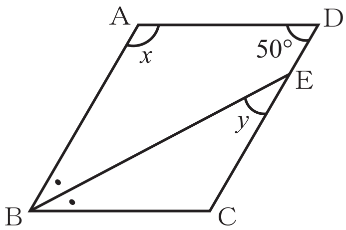
中２数学　三角形と四角形

四角形(5)

名前

【１】次の図の四角形ABCDで, $\angle x$，$\angle y$ の値をそれぞれ求めなさい。

（１）平行四辺形ABCD

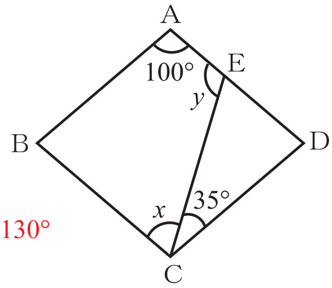


（$\angle$ABE＝$\angle$CBE）

平行四辺形の対角は等しいので,
$\angle D=\angle ABC=50°$
よって, $\angle ABE=\angle CBE=25°$
平行線の錯角は等しいので,
$\angle y=\angle ABE=25°$
三角形の内角の和は180°なので,
$\angle y+\angle CBE+\angle C=180°$
$\angle C=180°-(\angle y+\angle CBE)=130°$
平行四辺形の対角は等しいので,
$\angle x=\angle C=130°$

答え　$\angle x=130°$　$\angle y=25°$

（２）ひし形ABCD



平行四辺形の対角は
等しいので,
$\angle A=\angle x+\angle DCE$
よって,
$\angle x=\angle A-\angle DCE$
$=110°-35°=65°$
平行線の錯角は等しいので,
$\angle CED=\angle x=65°$
$\angle y+\angle CED=180°$
$\angle y=180°-\angle CED$
$=180°-65°=115°$

答え　$\angle x=65°$　$\angle y=115°$

【２】次の①から④の条件のうち, 四角形ABCDがつねに平行四辺形になるものをすべて答えなさい。ただし, ④については, 対角線ACとBDの交点をOとする。

① AD＝BC, AB//DC　② $\angle$A＝$\angle$C, $\angle$B＝$\angle$D
③ $\angle$A＝$\angle$D, $\angle$B＝$\angle$C　④ OA＝OC, OB＝OD

答え　②, ④

【３】平行四辺形のうち, 次のような性質を持つものを特に何というか答えなさい。

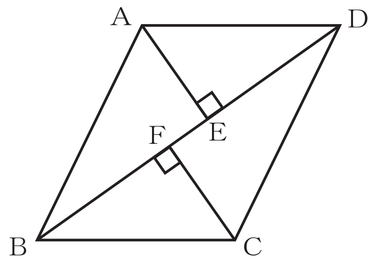
（１）２本の対角線が等しい。

答え　長方形

（２）２本の対角線が垂直に交わる。

答え　ひし形

【４】平行四辺形ABCDで, 頂点A, Cから対角線BDに垂線をひき, 交点をそれぞれE, Fとする。このとき, DE＝BFであることを証明しなさい。



$\triangle$AEDと$\triangle$CFBで, 仮定より $\angle$AED＝$\angle$CFB＝90° …①
平行四辺形の対辺なのでAD＝CB…②
平行線の錯角は等しいので, $\angle$ADE＝$\angle$CBF…③
①, ②, ③より, 斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので,
$\triangle$AED≡$\triangle$CFB
合同な図形の対応する辺は等しいから, DE＝BF

【５】右の図で, 四角形ABCDが折れ線PQRを境界線として２つの部分㋐, ㋑に分けられている。それぞれの部分の面積が変わらないように, Pを通る直線で境界線を引きなおしなさい。

①PとRを結ぶ。
②PRと平行で点Qを通る直線を引き, BCの延長線との交点をSとする。
③点PとSを結ぶ。このとき$\triangle$PQRと$\triangle$PSRは,
底辺PRが共通でPR//QSより, 高さが等しいので,
$\triangle$PQR＝$\triangle$PSRとなり, ㋐と㋑の面積は変わらない。