

式の展開(1)

多項式と単項式の乗法と除法

単項式に多項式をかける乗法は、分配法則を使ってかっこを外して計算する。

$$a(b+c) = ab + ac$$

多項式を単項式でわる除法は、わる式の逆数をかけて計算する。

$$(a+b) \div c = (a+b) \times \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

【1】次の計算をなさい。

$$(1) 3x(2x+3) = 3x \times 2x + 3x \times 3 \\ = 6x^2 + 9x$$

$$(2) (a-3b) \times 2b = a \times 2b + (-3b) \times 2b \\ = 2ab - 6b^2$$

$$(3) -4a(a-3b) = (-4a) \times a + (-4a) \times (-3b) \\ = -4a^2 + 12ab$$

$$(4) (2x+5y) \times (-x) = 2x \times (-x) + 5y \times (-x) \\ = -2x^2 - 5xy$$

$$(5) \frac{1}{2}a(a+b) = \frac{1}{2}a \times a + \frac{1}{2}a \times b \\ = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ab$$

$$(6) (3a-6b) \times \frac{1}{3}a = 3a \times \frac{1}{3}a + (-6b) \times \frac{1}{3}a \\ = a^2 - 2ab$$

【2】次の計算をなさい。

$$(1) (8x^2+6xy) \div 2x = (8x^2+6xy) \times \frac{1}{2x} \\ = \frac{8x^2}{2x} + \frac{6xy}{2x} \\ = 4x + 3y$$

$$(2) (12ab+3b^2) \div 3b = (12ab+3b^2) \times \frac{1}{3b} \\ = \frac{12ab}{3b} + \frac{3b^2}{3b} \\ = 4a + b$$

$$(3) (5x^2+15xy-10x) \div 5x \\ = (5x^2+15xy-10x) \times \frac{1}{5x} \\ = \frac{5x^2}{5x} + \frac{15xy}{5x} - \frac{10x}{5x} \\ = x + 3y - 2$$

$$(4) (20a^2-16ab+12a) \div 4a \\ = (20a^2-16ab+12a) \times \frac{1}{4a} \\ = \frac{20a^2}{4a} - \frac{16ab}{4a} + \frac{12a}{4a} \\ = 5a - 4b + 3$$

式の展開(2)

多項式同士の乗法

多項式同士をかける乗法は、次のように計算する。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

※ 分配法則を使って計算してもよい。

$$\begin{aligned} & (a+b)(c+d) \quad \text{ひとまとまりとして考える} \\ & = a(c+d) + b(c+d) \quad \text{分配法則を使って、左側のかっこははずす} \\ & = ac + ad + bc + bd \quad \text{もう一度、分配法則を使って、残ったかっこははずす} \end{aligned}$$

式の展開

単項式や多項式の積の形の式を単項式の和の形で表すことを、式を**展開**するという。

【1】次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (a+2)(b+2) &= a(b+2) + 2(b+2) \\ &= ab + 2a + 2b + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (a+4)(b+7) &= a(b+7) + 4(b+7) \\ &= ab + 7a + 4b + 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (a+3)(b-3) &= a(b-3) + 3(b-3) \\ &= ab - 3a + 3b - 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (x-2)(y-4) &= x(y-4) - 2(y-4) \\ &= xy - 4x - 2y + 8 \end{aligned}$$

【2】次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (a+3)(a+2) &= a(a+2) + 3(a+2) \\ &= a^2 + 2a + 3a + 6 \\ &= a^2 + 5a + 6 \quad \text{同類項はまとめる} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (a-4)(a-7) &= a(a-7) - 4(a-7) \\ &= a^2 - 7a - 4a + 28 \\ &= a^2 - 11a + 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (2a+4)(3a+2) &= 2a(3a+2) + 4(3a+2) \\ &= 6a^2 + 4a + 12a + 8 \\ &= 6a^2 + 16a + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (3x-1)(5x+3) &= 3x(5x+3) - (5x+3) \\ &= 15x^2 + 9x - 5x - 3 \\ &= 15x^2 + 4x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad (x-2y)(x+3y) &= x(x+3y) - 2y(x+3y) \\ &= x^2 + 3xy - 2xy - 6y^2 \\ &= x^2 + xy - 6y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad (3x-y)(x-5y) &= 3x(x-5y) - y(x-5y) \\ &= 3x^2 - 15xy - xy + 5y^2 \\ &= 3x^2 - 16xy + 5y^2 \end{aligned}$$

式の展開(3)

乗法公式

多項式の積の形で表される式の展開では、次のような公式を用いることができる。

公式(1) $(x+a)(x+b)$ の展開

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

公式(2) 和の平方

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

公式(3) 差の平方

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

公式(4) $(x+a)(x-a)$ の展開

$$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

【1】 次の式を展開しなさい。乗法公式(1)を使う

$$(1) (x+1)(x+7) = x^2 + (1+7)x + 1 \times 7 \\ = x^2 + 8x + 7$$

$$(2) (x+2)(x-4) = x^2 + (2-4)x + 2 \times (-4) \\ = x^2 - 2x - 8$$

$$(3) (x-5)(x-2) \\ = x^2 + \{(-5) + (-2)\}x + (-5) \times (-2) \\ = x^2 - 7x + 10$$

$$(4) (y-3)(y+1) \\ = y^2 + \{(-3) + 1\}y + (-3) \times 1 \\ = y^2 - 2y - 3$$

【2】 次の式を展開しなさい。乗法公式(2)を使う

$$(1) (x+1)^2 = x^2 + 2 \times 1 \times x + 1^2 \\ = x^2 + 2x + 1$$

$$(2) (x+4)^2 = x^2 + 2 \times 4 \times x + 4^2 \\ = x^2 + 8x + 16$$

$$(3) (y+5)^2 = y^2 + 2 \times 5 \times y + 5^2 \\ = y^2 + 10y + 25$$

$$(4) (2+x)^2 = 2^2 + 2 \times x \times 2 + x^2 \\ = 4 + 4x + x^2$$

【3】 次の式を展開しなさい。乗法公式(3)を使う

$$(1) (x-1)^2 = x^2 - 2 \times 1 \times x + 1^2 \\ = x^2 - 2x + 1$$

$$(2) (x-7)^2 = x^2 - 2 \times 7 \times x + 7^2 \\ = x^2 - 14x + 49$$

$$(3) (a-3)^2 = a^2 - 2 \times 3 \times a + 3^2 \\ = a^2 - 6a + 9$$

$$(4) (4-x)^2 = 4^2 - 2 \times x \times 4 + x^2 \\ = 16 - 8x + x^2$$

【4】 次の式を展開しなさい。乗法公式(4)を使う

$$(1) (x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 \\ = x^2 - 4$$

$$(2) (x+6)(x-6) = x^2 - 6^2 \\ = x^2 - 36$$

$$(3) (a-3)(a+3) = a^2 - 3^2 \\ = a^2 - 9$$

$$(4) (9+x)(9-x) = 9^2 - x^2 \\ = 81 - x^2$$

式の展開(4)

【1】次の計算をなさい。

$$(1) \frac{5}{2}x(4x+14y) = \frac{5}{2}x \times 4x + \frac{5}{2}x \times 14y \quad (2) (8x+4y) \times \frac{3}{2}y = 8x \times \frac{3}{2}y + 4y \times \frac{3}{2}y$$

$$= 10x^2 + 35xy \quad = 12xy + 6y^2$$

$$(3) (6xy-10y^2) \div \frac{2}{5}y = 6xy \times \frac{5}{2y} - 10y^2 \times \frac{5}{2y} \quad (4) (9x^2y+12xy^2) \div 3xy$$

$$= 15x - 25y \quad = 9x^2y \times \frac{1}{3xy} + 12xy^2 \times \frac{1}{3xy}$$

$$(5) (24x^2-8xy) \div (-4x) = \frac{9x^2y}{3xy} + \frac{12xy^2}{3xy}$$

$$= 24x^2 \times \left(-\frac{1}{4x}\right) - 8xy \times \left(-\frac{1}{4x}\right) = 3x + 4y$$

$$= -\frac{24x^2}{4x} + \frac{8xy}{4x} = -6x + 2y$$

【2】次の式を展開しなさい。

$$(1) (x+7)(x-2) = x^2 + (7-2)x + 7 \times (-2) = x^2 + 5x - 14$$

$$(2) (x-4)(x-3) = x^2 + \{(-4) + (-3)\}x + (-4) \times (-3) = x^2 - 7x + 12$$

$$(3) (x+3)^2 = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(4) (a+10)^2 = a^2 + 2 \times 10 \times a + 10^2 = a^2 + 20a + 100$$

$$(5) (x-5)^2 = x^2 - 2 \times 5 \times x + 5^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$(6) (-3+x)^2 = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(7) (a+4)(a-4) = a^2 - 4^2 = a^2 - 16$$

$$(8) (-x+7)(-x-7) = (-x)^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

$$(9) (x-3y)(x+5y) = x^2 + \{(-3y) + 5y\}x + (-3y) \times 5y = x^2 + 2xy - 15y^2$$

$$(10) (x+y-4)(x+y+7) \xrightarrow{\text{ひとまとまりとして考える}} \xrightarrow{\text{乗法公式(1)を使う}} = (x+y)^2 + \{(-4) + 7\}x + (-4) \times 7 = x^2 + 2xy + y^2 + 3x + 3y - 28$$

【3】次の計算をなさい。

$$(1) (x+2)^2 + (x+1)(x-5) = x^2 + 4x + 4 + x^2 + (1-5)x + 1 \times (-5) = x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x - 5 = 2x^2 - 1$$

$$(2) (x+2)(x+3) - (x+1)^2 = x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 - (x^2 + 2x + 1) = x^2 + 5x + 6 - x^2 - 2x - 1 = 3x + 5$$

式の展開(5)

【1】次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}(1) (3x+5y) \times (-2y) \\ &= 3x \times (-2y) + 5y \times (-2y) \\ &= -6xy - 10y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \frac{1}{4}x(12x-8y) \\ &= \frac{1}{4}x \times 12x + \frac{1}{4}x \times (-8y) \\ &= 3x^2 - 2xy\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) (6xy+21y^2) \times \frac{2}{3}x &= 6xy \times \frac{2}{3}x + 21y^2 \times \frac{2}{3}x \\ &= 4x^2y + 14xy^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) (12x^2-30xy) \div 6x &= \frac{12x^2}{6x} - \frac{30xy}{6x} \\ &= 2x - 5y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) (56x^2y+24xy^2) \div 8xy \\ &= \frac{56x^2y}{8xy} + \frac{24xy^2}{8xy} \\ &= 7x + 3y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) (9xy+27y^2) \div \frac{3}{2}y \\ &= 9xy \times \frac{2}{3y} + 27y^2 \times \frac{2}{3y} \\ &= 6x + 18y\end{aligned}$$

【2】次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}(1) (x-3)(x+8) \\ &= x^2 + \{(-3)+8\} \times x + (-3) \times 8 \\ &= x^2 + 5x - 24\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) (x+3)(x-9) \\ &= x^2 + (3-9) \times x + 3 \times (-9) \\ &= x^2 - 6x - 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) (x+9)^2 &= x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2 \\ &= x^2 + 18x + 81\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 &= x^2 + 2 \times \frac{1}{2} \times x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= x^2 + x + \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) (x-11)^2 &= x^2 - 2 \times 11 \times x + 11^2 \\ &= x^2 - 22x + 121\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) (-6+x)^2 &= (x-6)^2 \\ &= x^2 - 12x + 36\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) (x+12)(x-12) &= x^2 - 12^2 \\ &= x^2 - 144\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) (-x+5)(-x-5) &= (-x)^2 - 5^2 \\ &= x^2 - 25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) (x+8y)(x-4y) \\ &= x^2 + (8y-4y) \times x + 8y \times (-4y) \\ &= x^2 + 4xy - 32y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) (x+2y+1)(x+2y+3) \\ &= (x+2y)^2 + (1+3) \times (x+2y) + 1 \times 3 \\ &= x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x + 8y + 3\end{aligned}$$

【3】次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}(1) (x+2)(x-2) - (x-7)(x-3) \\ &= x^2 - 4 - (x^2 - 10x + 21) \\ &= 10x - 25\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) (x-9)(x+2) + (x+1)(x+4) \\ &= x^2 - 7x - 18 + x^2 + 5x + 4 \\ &= 2x^2 - 2x - 14\end{aligned}$$