

# 因数分解(1)

## 因数

ある式がいくつかの式の積の形で表されるとき、かけ合わされたそれぞれの式のことをもとの式の**因数**という。

例) 多項式  $x^2 + (a+b)x + ab$  は  $x+a$  と  $x+b$  の積である。

$$\underbrace{x^2 + (a+b)x + ab}_{\text{もとの式}} = (x+a)(x+b)$$

このとき、 $x+a$  と  $x+b$  を  $x^2 + (a+b)x + ab$  の**因数**という。

## 因数分解

多項式を因数の積の形であらわすことを、**因数分解**するという。

$$\text{例) } x^2 + (a+b)x + ab \xrightarrow{\text{因数分解}} (x+a)(x+b)$$

← 展開 … 因数分解した式をもとに戻すと式の展開になる。

## 共通因数

多項式の各項に共通な因数があるときは、その因数をかつこの外にくくり出して因数分解する。

例1)  $ab - ac = a(b - c)$       例2)  $x^2 + x = x \times x + x \times 1 = x(x + 1)$

共通因数    因数分解
共通因数    因数分解

【1】共通因数をくくりだして、次の式を因数分解しなさい。

(1)  $ax + bx$

(2)  $12ax - 6bx$

(3)  $3mn + 12m$

(4)  $ab + ac + ad$

(5)  $x^2 - 2x$

(6)  $2m^2 + 6mn$

(7)  $x^2y + xy^2$

(8)  $2a^2b - 3ab^2$

(9)  $x^2 - 4xy + 4x$

(10)  $2x^2y - 3xy^2 + xy$

(11)  $9x^3 - 3x^2$

(12)  $6x^3y - 4x^2y^2 - 8x^2y$



**因数分解(2)****因数分解の公式**

式の展開に使う乗法公式を逆にすると、因数分解の公式になる。

**公式(1)  $(x+a)(x+b)$  の積**

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

**公式(2) 和の平方**

$$x^2 + 2ax + a^2 = (x+a)^2$$

**公式(3) 差の平方**

$$x^2 - 2ax + a^2 = (x-a)^2$$

**公式(4)  $(x+a)(x-a)$  の積**

$$x^2 - a^2 = (x+a)(x-a)$$

【1】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 8x + 7$

(2)  $x^2 - 5x + 6$

(3)  $x^2 + 3x - 18$

(4)  $x^2 - 5x - 36$

(5)  $x^2 + 4x + 4$

(6)  $x^2 - 10x + 25$

(7)  $x^2 - 9$

(8)  $x^2 - 49$

【2】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 7x + 10$

(2)  $x^2 - 5x - 24$

(3)  $x^2 + 12x + 36$

(4)  $x^2 - 6x + 9$

(5)  $x^2 - 16$

(6)  $49 - x^2$



# 因数分解(3)

## 素数

1とその数以外に約数がない数を**素数**という。2, 3, 5, 11などは素数である。  
ただし1は素数ではない。

## 素因数分解

素数である因数を**素因数**といい、自然数を素因数の積であらわすことを**素因数分解**という。

例1) 6の素因数は2と3。

6を素因数分解すると、

$$6 = 2 \times 3$$

素因数の積の形であらわす。

例2) 12を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \text{素因数} \quad 3 \end{array}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \\ = 2^2 \times 3$$

… ① 12を素数で順にわる

… ② 素因数の積の形であらわす

… ③ 同じ数の積は累乗の指数を使ってあらわす

【1】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 10

(2) 8

(3) 18

(4) 48

(5) 60

(6) 78

(7) 132

(8) 180

【2】次の問いに答えなさい。

(1) 196を素因数分解しなさい。

答え \_\_\_\_\_

(2) 196はどのような自然数の2乗になっているか答えなさい。

答え \_\_\_\_\_

(3) 28にできるだけ小さな自然数をかけて、ある自然数の2乗になるようにする。  
どのような自然数をかければよいか答えなさい。

答え \_\_\_\_\_



# 因数分解(4)

## いろいろな式の因数分解

複雑な式の因数分解では、共通な因数をくくり出したり、式の一部をひとつの文字だと考えると、公式が使えるようになることがある。

例1)  $2x^2 + 10x + 12$   
 $= 2(x^2 + 5x + 6)$  ← 共通因数をくくり出す  
 $= 2(x+2)(x+3)$  ← かっこの中を因数分解

例2)  $4x^2 - 1$   
 $= (2x)^2 - 1^2$  ...  $2x$ をA,  $1$ をBとすると、 $A^2 - B^2$ となり、  
 公式が使える。  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$   
 $= (2x - 1)(2x + 1)$

## 素因数分解と最小公倍数・最大公約数

2つの自然数A, Bの**最大公約数**は、A, Bに**共通な素因数の積**である。  
 また、**最小公倍数**は、A, Bに**共通な素因数と、共通しない素因数の積**である。

例) 18と60の最大公約数と最小公倍数を求める。

$18 = 2 \times 3 \times 3$        $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$       ... ① 18と60を素因数分解する  
 共通な素因数は2, 3      共通しない素因数は3, 2, 5      ... ② 共通する素因数と、共通しない素因数に分ける  
 最大公約数は  $2 \times 3 = 6$       ... ③ 共通する素因数の積  
 最小公倍数は  $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180$       ... ④ 共通する素因数と共通しない素因数の積

【1】次の式を因数分解しなさい。

(1)  $2x^2y + 12xy + 18y$

(2)  $x^3 - 7x^2 - 8x$

(3)  $9x^2 - 12x + 4$

(4)  $(x+1)^2 - 16$

【2】次の問いに答えなさい。

(1) ①36 ②120をそれぞれ素因数分解しなさい。

答え① \_\_\_\_\_

② \_\_\_\_\_

(2) 36と120の最大公約数と最小公倍数を、素因数分解を使って求めなさい。

答え      最大公約数

最小公倍数



**因数分解(5)**

【1】次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + x - 12$

(2)  $x^2 - 9x + 14$

(3)  $x^2 + 14x + 49$

(4)  $x^2 - 16x + 64$

(5)  $x^2 - 25$

(6)  $81 - x^2$

【2】次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 4xy - 12y^2$

(2)  $3x^2y - 3xy - 90y$

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 84

(2) 108

【4】次の問いに答えなさい。

(1) 324 はどのような自然数の2乗になっているか答えなさい。

答え

(2) 675 をできるだけ小さな自然数でわって、ある自然数の2乗になるようにする。  
どのような自然数でわればよいか答えなさい。

答え



**因数分解(6)**

【1】次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 5x - 6$

(2)  $x^2 + 13x + 40$

(3)  $x^2 + 8x + 16$

(4)  $x^2 - 18x + 81$

(5)  $x^2 - 121$

(6)  $36 - x^2$

【2】次の式を因数分解しなさい。

(1)  $(x+3)^2 - 8(x+3) + 16$

(2)  $(x-2)(x+6) + 16$

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 154

(2) 168

【4】次の問いに答えなさい。

(1) 126 と 180 の最大公約数と最小公倍数を、素因数分解を使って求めなさい。

答え 最大公約数

最小公倍数

(2) 128 にできるだけ小さな自然数をかけて、ある自然数の2乗になるようにする。  
どのような自然数をかければよいか答えなさい。

答え

