

素数と素因数分解(3)

素因数分解と最小公倍数・最大公約数

2つの自然数 A, B の最大公約数は, A, B に共通な素因数の積である。

また, 最小公倍数は, A, B に共通な素因数と, 残りの素因数の積である。

例) 18 と 60 の最大公約数と最小公倍数を求めろ。

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \qquad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \qquad \cdots \textcircled{1} \text{ 18 と 60 を素因数分解する}$$

共通な素因数は 2, 3 残りの素因数は 3, 2, 5 $\cdots \textcircled{2}$ 共通する素因数と, 残りの素因数に分ける

$$\text{最大公約数は } 2 \times 3 = 6 \qquad \cdots \textcircled{3} \text{ 共通する素因数の積}$$

$$\text{最小公倍数は } 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180 \qquad \cdots \textcircled{4} \text{ 共通する素因数と残りの素因数の積}$$

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 70 と 84 を素因数分解しなさい。

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

(2) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最大公約数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数をすべてかけると最大公約数が求められる。

70 の素因数は, 2, 5, 7 である。

84 の素因数は, $\textcircled{7}$ 2, 2, 3, 7 である。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{7}$ 7 (順不同) だから, 最大公約数は $2 \times \textcircled{7}$ 7 = $\textcircled{14}$ 14 である。

(3) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最小公倍数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数と, 残りの素因数をすべてかけると最小公倍数が求められる。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{7}$ 7, 残りの素因数は 5, $\textcircled{7}$ 2, 3 だから,

最小公倍数は $2 \times \textcircled{7}$ 7 \times 5 \times 2 \times 3 = $\textcircled{7}$ 420 (順不同) である。

【2】 素因数分解を利用して 110 の約数をすべて求めなさい。

1 は全ての自然数の約数だから 110 の約数である。

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

110 の素因数 2, 5, 11 も 110 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$2 \times 5 = 10, \quad 2 \times 11 = 22, \quad 5 \times 11 = 55, \quad 2 \times 5 \times 11 = 110$$

答え 1, 2, 5, 11, 10, 22, 55, 110 (順不同)

