

素数と素因数分解(1)

素数

1とその数以外に約数がない自然数を**素数**という。2, 3, 5, 11などは素数である。
ただし1は素数ではない。

素因数分解

素数である約数を**素因数**といい, 自然数を素因数の積であらわすことを**素因数分解**という。

例1) 10の素因数は**2**と**5**。

10を素因数分解すると,

$$10 = 2 \times 5$$

素因数の積の形であらわす。

例2) 36を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$

... ① 36を素数で順にわる

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \dots \text{② 素因数の積の形であらわす}$$

$$= 2^2 \times 3^2 \dots \text{③ 同じ数の積は累乗の指数を使ってあらわす}$$

【1】25までの素数をすべて答えなさい。

答え _____

【2】□をうめて, 90を素因数分解しなさい。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ \text{㊦} \overline{) 45} \\ \text{㊩} \overline{) 15} \\ \text{㊴} \end{array}$$

$$90 = 2 \times \text{㊥} \times \text{㊦} \times \text{㊧} = 2 \times \text{㊨} \times 5$$

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 8

(2) 12

(3) 15

(4) 20

(5) 28

(6) 30

(7) 36

(8) 42

(9) 54

(10) 84



素数と素因数分解(2)

素因数分解と約数

自然数 A の素因数同士の積は, すべて A の約数である。

例) 210 の約数を求める。

1 は全ての自然数の約数だから 210 の約数である。

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \quad \dots \text{210 を素因数分解する}$$

210 の素因数 **2, 3, 5, 7** も 210 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$2 \times 3 = 6, \quad 2 \times 5 = 10, \quad 2 \times 7 = 14, \quad 3 \times 5 = 15, \quad 3 \times 7 = 21, \quad 5 \times 7 = 35, \quad \dots \text{すべての素因数同士の積を求める}$$

$$2 \times 3 \times 5 = 30, \quad 2 \times 3 \times 7 = 42, \quad 3 \times 5 \times 7 = 105, \quad 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

よって, 210 の約数は **1, 2, 3, 5, 7, 6, 10, 14, 15, 21, 35, 30, 42, 105, 210** である。

【1】□をうめて, 次の問いに答えなさい。

(1) 105 を素因数分解しなさい。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 105} \\ \underline{9} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$105 = 3 \times \boxed{\oplus} \times \boxed{\oplus}$$

(2) 素因数分解を利用して 105 の約数をすべて求めなさい。

1 は全ての自然数の約数だから 105 の約数である。

105 の素因数 3, 5, 7 も 105 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times \boxed{\oplus} = \boxed{\oplus}$$

$$5 \times \boxed{\oplus} = \boxed{\oplus}$$

$$3 \times 5 \times \boxed{\oplus} = \boxed{\oplus}$$

よって, 105 の約数は $\boxed{\oplus}$, , , , , , である。

【2】25 から 50 までの素数をすべて答えなさい。

答え _____



素数と素因数分解(3)

素因数分解と最小公倍数・最大公約数

2つの自然数 A, B の **最大公約数** は, A, B に **共通な素因数の積** である。

また, **最小公倍数** は, A, B に **共通な素因数と, 共通しない素因数の積** である。

例) 18 と 60 の最大公約数と最小公倍数を求めろ。

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \qquad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \qquad \cdots \textcircled{1} \text{ 18 と 60 を素因数分解する}$$

共通な素因数は 2, 3 共通しない素因数は 3, 2, 5 $\cdots \textcircled{2}$ 共通する素因数と, 共通しない素因数に分ける

最大公約数は $2 \times 3 = 6$ $\cdots \textcircled{3}$ 共通する素因数の積

最小公倍数は $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180$ $\cdots \textcircled{4}$ 共通する素因数と共通しない素因数の積

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 70 と 84 を素因数分解しなさい。

70

84

(2) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最大公約数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数をすべてかけると最大公約数が求められる。

70 の素因数は, 2, 5, 7 である。

84 の素因数は, $\textcircled{7}$, , , である。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{1}$ だから, 最大公約数は $2 \times \textcircled{7} = \textcircled{14}$ である。

(3) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最小公倍数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数と, 共通しない素因数をすべてかけると最小公倍数が求められる。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{7}$, 共通しない素因数は 5, $\textcircled{7}$, である。

最小公倍数は $2 \times \textcircled{7} \times \times \times = \textcircled{420}$ である。

【2】 素因数分解を利用して 110 の約数をすべて求めなさい。

答え _____



素数と素因数分解(4)

【1】次の1から100までの自然数のうち, 素数を○で囲み, 全部で何個あるか答えなさい。

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

答え _____

【2】素因数分解を利用して, 132 と 165 の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

最大公約数 _____

最小公倍数 _____

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 81

(2) 175

(3) 273

(4) 119

(5) 1500

(6) 6600



素数と素因数分解(5)

【1】次の数を素因数分解しなさい。

(1) 16

(2) 66

(3) 130

(4) 225

(5) 665

(6) 238

(7) 2025

(8) 2310

【2】素因数分解を利用して 231 の約数をすべて求めなさい。

答え _____

【3】素因数分解を利用して, 286 と 364 の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

最大公約数 _____

最小公倍数 _____

【4】196 はどのような自然数の 2 乗になっているか答えなさい。

答え _____

