

素数と素因数分解(1)

素数

1とその数以外に約数がない自然数を**素数**という。2, 3, 5, 11などは素数である。
ただし1は素数ではない。

素因数分解

素数である約数を**素因数**といい, 自然数を素因数の積であらわすことを**素因数分解**という。

例1) 10の素因数は**2**と**5**。
10を素因数分解すると,
 $10 = 2 \times 5$
素因数の積の形であらわす。

例2) 36を素因数分解する。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array}$$
 ... ① 36を素数で順にわる
 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$... ② 素因数の積の形であらわす
 $= 2^2 \times 3^2$... ③ 同じ数の積は累乗の指数を使ってあらわす

【1】25までの素数をすべて答えなさい。

答え 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 (順不同)

【2】□をうめて, 90を素因数分解しなさい。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ \text{㊦ } 3 \overline{) 45} \\ \text{㊩ } 3 \overline{) 15} \\ \text{㊱ } 5 \end{array}$$

$$90 = 2 \times \text{㊩ } 3 \times \text{㊦ } 3 \times \text{㊱ } 5 = 2 \times \text{㊱ } 3^2 \times 5$$

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

(2) $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

(3) $15 = 3 \times 5$

(4) $20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5$

(5) $28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$

(6) $30 = 2 \times 3 \times 5$

(7) $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

(8) $42 = 2 \times 3 \times 7$

(9) $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$

(10) $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$



素数と素因数分解(2)

素因数分解と約数

自然数 A の素因数同士の積は, すべて A の約数である。

例) 210 の約数を求める。

1 は全ての自然数の約数だから 210 の約数である。

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \quad \dots \text{210 を素因数分解する}$$

210 の素因数 **2, 3, 5, 7** も 210 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$2 \times 3 = 6, \quad 2 \times 5 = 10, \quad 2 \times 7 = 14, \quad 3 \times 5 = 15, \quad 3 \times 7 = 21, \quad 5 \times 7 = 35,$$

$$2 \times 3 \times 5 = 30, \quad 2 \times 3 \times 7 = 42, \quad 2 \times 5 \times 7 = 70, \quad 3 \times 5 \times 7 = 105, \quad 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

よって, 210 の約数は 1, 2, 3, 5, 7, 6, 10, 14, 15, 21, 35, 30, 42, 70, 105, 210 である。

すべての素因数同士の積を求める

【1】□をうめて, 次の問いに答えなさい。

(1) 105 を素因数分解しなさい。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 105} \\ \underline{9} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

$$105 = 3 \times \boxed{\oplus 5} \times \boxed{\oplus 7}$$

(2) 素因数分解を利用して 105 の約数をすべて求めなさい。

1 は全ての自然数の約数だから 105 の約数である。

105 の素因数 3, 5, 7 も 105 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$3 \times 5 = 15$$

$$3 \times \boxed{\oplus 7} = \boxed{\oplus 21}$$

$$5 \times \boxed{\oplus 7} = \boxed{\oplus 35}$$

$$3 \times 5 \times \boxed{\oplus 7} = \boxed{\oplus 105}$$

よって, 105 の約数は $\boxed{\oplus 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105}$ である。

(順不同)

【2】25 から 50 までの素数をすべて答えなさい。

答え 29, 31, 37, 41, 43, 47 (順不同)



素数と素因数分解(3)

素因数分解と最小公倍数・最大公約数

2つの自然数 A, B の最大公約数は, A, B に共通な素因数の積である。

また, 最小公倍数は, A, B に共通な素因数と, 残りの素因数の積である。

例) 18 と 60 の最大公約数と最小公倍数を求める。

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \qquad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \qquad \cdots \textcircled{1} \text{ 18 と 60 を素因数分解する}$$

共通な素因数は 2, 3 残りの素因数は 3, 2, 5 $\cdots \textcircled{2}$ 共通する素因数と, 残りの素因数に分ける

最大公約数は $2 \times 3 = 6$ $\cdots \textcircled{3}$ 共通する素因数の積

最小公倍数は $2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180$ $\cdots \textcircled{4}$ 共通する素因数と残りの素因数の積

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 70 と 84 を素因数分解しなさい。

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

(2) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最大公約数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数をすべてかけると最大公約数が求められる。

70 の素因数は, 2, 5, 7 である。

84 の素因数は, $\textcircled{7}$ 2, 2, 3, 7 である。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{7}$ 7 (順不同) だから, 最大公約数は $2 \times \textcircled{7}$ 7 = $\textcircled{14}$ 14 である。

(3) □をうめて, 素因数分解を利用して 70 と 84 の最小公倍数を求めなさい。

2つの自然数に共通な素因数と, 残りの素因数をすべてかけると最小公倍数が求められる。

共通する素因数は 2 と $\textcircled{7}$ 7, 残りの素因数は 5, $\textcircled{7}$ 2, 3 だから,

最小公倍数は $2 \times \textcircled{7}$ 7 \times 5 \times 2 \times 3 = $\textcircled{7}$ 420 (順不同) である。

【2】 素因数分解を利用して 110 の約数をすべて求めなさい。

1 は全ての自然数の約数だから 110 の約数である。

$$110 = 2 \times 5 \times 11$$

110 の素因数 2, 5, 11 も 110 の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$2 \times 5 = 10, \quad 2 \times 11 = 22, \quad 5 \times 11 = 55, \quad 2 \times 5 \times 11 = 110$$

答え 1, 2, 5, 11, 10, 22, 55, 110 (順不同)



素数と素因数分解(4)

【1】次の1から100までの自然数のうち、素数を○で囲み、全部で何個あるか答えなさい。

1 ○2 ○3 4 ○5 6 ○7 8 9 10
 ○11 12 ○13 14 15 16 ○17 18 ○19 20
 21 22 ○23 24 25 26 27 28 ○29 30
 ○31 32 33 34 35 36 ○37 38 39 40
 ○41 42 ○43 44 45 46 ○47 48 49 50
 51 52 ○53 54 55 56 57 58 ○59 60
 ○61 62 63 64 65 66 ○67 68 69 70
 ○71 72 ○73 74 75 76 77 78 ○79 80
 81 82 ○83 84 85 86 87 88 ○89 90
 91 92 93 94 95 96 ○97 98 99 100

答え 25 個

【2】素因数分解を利用して、132 と 165 の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

132 と 165 を素因数分解すると、

$$132 = 2 \times 2 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 11$$

$$165 = 3 \times 5 \times 11$$

共通する素因数は 3 と 11 だから、最大公約数は $3 \times 11 = 33$

共通する素因数は 3 と 11, 残りの素因数は 2, 2, 5 だから、

最小公倍数は $3 \times 11 \times 2 \times 2 \times 5 = 660$

最大公約数 33

最小公倍数 660

【3】次の数を素因数分解しなさい。

(1) $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

(2) $175 = 5 \times 5 \times 7 = 5^2 \times 7$

(3) $273 = 3 \times 7 \times 13$

(4) $119 = 7 \times 17$

(5) $1500 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5^3$

(6) $6600 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$

$$= 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 11$$



素数と素因数分解(5)

【1】次の数を素因数分解しなさい。

$$(1) 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$(2) 66 = 2 \times 3 \times 11$$

$$(3) 130 = 2 \times 5 \times 13$$

$$(4) 225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$$

$$(5) 665 = 5 \times 7 \times 19$$

$$(6) 238 = 2 \times 7 \times 17$$

$$(7) 2025 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^4 \times 5^2$$

$$(8) 2310 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

【2】素因数分解を利用して231の約数をすべて求めなさい。

1は全ての自然数の約数だから231の約数である。

$$231 = 3 \times 7 \times 11$$

231の素因数3, 7, 11も231の約数である。

素因数同士の積も約数なので, すべての組み合わせを考えると,

$$3 \times 7 = 21, \quad 3 \times 11 = 33, \quad 7 \times 11 = 77, \quad 3 \times 7 \times 11 = 231$$

答え 1, 3, 7, 11, 21, 33, 77, 231 (順不同)

【3】素因数分解を利用して, 286と364の最大公約数と最小公倍数を求めなさい。

286と364を素因数分解すると,

$$286 = 2 \times 11 \times 13$$

$$364 = 2 \times 2 \times 7 \times 13$$

共通する素因数は2と13だから, 最大公約数は $2 \times 13 = 26$

共通する素因数は2と13, 残りの素因数は11, 2, 7だから,

$$\text{最小公倍数は } 2 \times 13 \times 11 \times 2 \times 7 = 4004$$

最大公約数 26

最小公倍数 4004

【4】196はどのような自然数の2乗になっているか答えなさい。

196を素因数分解すると,

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = (2 \times 7)^2 = (14)^2$$

答え 14

