

式の活用(1)

式の活用

乗法公式や因数分解の公式を使うと、計算を簡単にできることがある。

$$\begin{aligned} \text{例 1)} \quad 98^2 &= (100-2)^2 \quad \cdots \text{乗法公式(3)} \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2 \text{ を使う} \\ &= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 2)} \quad 99 \times 101 &= (100-1)(100+1) \quad \cdots \text{乗法公式(4)} \quad (x+a)(x-a) = x^2 - a^2 \text{ を使う} \\ &= 100^2 - 1^2 = 10000 - 1 = 9999 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例 3)} \quad 21^2 - 19^2 &= (21+19)(21-19) \quad \cdots \text{因数分解の公式(4)} \quad x^2 - a^2 = (x+a)(x-a) \text{ を使う} \\ &= 40 \times 2 = 80 \end{aligned}$$

【1】次の式を乗法公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 99^2 &= (100-1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 1 \times 100 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 102 \times 98 &= (100+2)(100-2) \\ &= 100^2 - 2^2 \\ &= 10000 - 4 \\ &= 9996 \end{aligned}$$

【2】次の式を因数分解の公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 75^2 - 25^2 &= (75+25)(75-25) \\ &= 100 \times 50 \\ &= 5000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 3 \times 55^2 - 3 \times 45^2 &= 3(55^2 - 45^2) \\ &= 3(55+45)(55-45) \\ &= 3 \times 100 \times 10 \\ &= 3000 \end{aligned}$$

【3】 $x=4$ のとき、 $(x+3)(x+5) - (x+1)(x-3)$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x+3)(x+5) - (x+1)(x-3) &= x^2 + 8x + 15 - (x^2 - 2x - 3) \\ &= 10x + 18 \end{aligned}$$

$$x=4 \text{ を代入して, } 10 \times 4 + 18 = 58$$

答え 58

【4】 $x=96$ のとき、 $x^2 + 8x + 16$ の値を求めなさい。

$$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$$

$$x=96 \text{ を代入して, } (96+4)^2 = 100^2 = 10000$$

答え 10000

【5】 $x=13$ のとき、 $(x-2)(x+2) - (x-4)(x+1)$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x-2)(x+2) - (x-4)(x+1) &= x^2 - 4 - (x^2 - 3x - 4) \\ &= 3x \end{aligned}$$

$$x=13 \text{ を代入して, } 3 \times 13 = 39$$

答え 39



式の活用(2)

【1】次の式を、乗法公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned}(1) 105^2 &= (100+5)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 5 \times 100 + 5^2 \\ &= 10000 + 1000 + 25 \\ &= 11025\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 97 \times 103 &= (100-3)(100+3) \\ &= 100^2 - 3^2 \\ &= 10000 - 9 \\ &= 9991\end{aligned}$$

【2】次の式を、因数分解の公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned}(1) 51^2 - 49^2 &= (51+49)(51-49) \\ &= 100 \times 2 \\ &= 200\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 4 \times 130^2 - 4 \times 120^2 &= 4(130^2 - 120^2) \\ &= 4(130+120)(130-120) \\ &= 4 \times 250 \times 10 \\ &= 10000\end{aligned}$$

【3】 $x=105$ のとき、 $x^2-10x+25$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}x^2 - 10x + 25 &= (x-5)^2 \\ x=105 \text{ を代入して、} &(105-5)^2 = 100^2 = 10000\end{aligned}$$

答え 10000

【4】連続する2つの奇数で、大きいほうの奇数の2乗から小さいほうの奇数の2乗を引いた差が8の倍数になることを、次の□をうめて証明しなさい。

小さいほうの奇数を $2n+1$ 、大きいほうの奇数を $2n+3$ とする。

大きいほうの2乗から小さいほうの2乗を引くと、

$$\begin{aligned}\left(\textcircled{+} 2n+3 \right)^2 - \left(\textcircled{+} 2n+1 \right)^2 &= 4n^2 + 12n + 9 - (4n^2 + 4n + 1) \\ &= 8n + 8 \\ &= 8 \left(\textcircled{+} n+1 \right)\end{aligned}$$

よって、大きいほうの奇数の2乗から小さいほうの奇数の2乗を引いた差は、8の倍数になる。

【5】連続する2つの偶数で、大きいほうの偶数の2乗から小さいほうの偶数の2乗を引いた差が4の倍数になることを証明しなさい。

小さいほうの偶数を $2n$ 、大きいほうの偶数を $2n+2$ とする。

大きいほうの2乗から小さいほうの2乗を引くと、

$$\begin{aligned}(2n+2)^2 - (2n)^2 &= 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2 \\ &= 8n + 4 \\ &= 4(2n+1)\end{aligned}$$

よって、大きいほうの偶数の2乗から小さいほうの偶数の2乗を引いた差は、4の倍数になる。



式の活用(3)

【1】次の式を、乗法公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 54^2 &= (50+4)^2 \\ &= 50^2 + 2 \times 4 \times 50 + 4^2 \\ &= 2500 + 400 + 16 \\ &= 2916 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 45 \times 55 &= (50-5)(50+5) \\ &= 50^2 - 5^2 \\ &= 2500 - 25 \\ &= 2475 \end{aligned}$$

【2】次の式を、因数分解の公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 81^2 - 19^2 &= (81+19)(81-19) \\ &= 100 \times 62 \\ &= 6200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 2.5 \times 270^2 - 2.5 \times 130^2 \\ &= 2.5(270+130)(270-130) \\ &= 2.5 \times 400 \times 140 \\ &= 140000 \end{aligned}$$

【3】 $x = -12$ のとき、 $(x+7)(x-2) - (x+2)^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x+7)(x-2) - (x+2)^2 &= x^2 + 5x - 14 - (x^2 + 4x + 4) \\ &= x - 18 \end{aligned}$$

$$x = -12 \text{ を代入して, } -12 - 18 = -30$$

答え -30

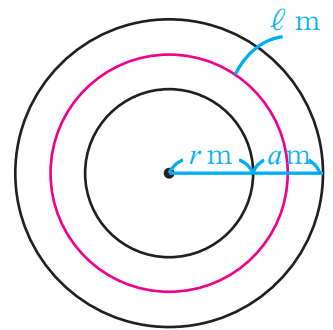
【4】 $x = 53$ のとき、 $x^2 - 6x + 9$ の値を求めなさい。

$$x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$$

$$x = 53 \text{ を代入して, } (53-3)^2 = 50^2 = 2500$$

答え 2500

【5】右の図のように、半径 r m の円形の土地の周りに幅が a m の道がある。次の問いに答えなさい。



(1) この道の面積を S m² とする。S を a と r を使った式で表しなさい。

半径 $r+a$ の円の面積から、半径 r の円の面積を引けばよい。

$$\begin{aligned} S &= \pi(r+a)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(r^2 + 2ar + a^2) - \pi r^2 \\ &= \pi r^2 + 2\pi ar + \pi a^2 - \pi r^2 \\ &= 2\pi ar + \pi a^2 = \pi a(2r+a) \end{aligned}$$

答え $S = \pi a(2r+a)$

(2) この道の中央をとる線の長さを l m とする。 l を r と a を使った式で表しなさい。

$$\text{半径 } r + \frac{1}{2}a \text{ の円周を求めればよい。 } l = 2\pi\left(r + \frac{1}{2}a\right) = \pi(2r+a)$$

答え $l = \pi(2r+a)$

(3) S と l の関係を答えなさい。

$$(1) \text{ より } S = \pi a(2r+a), (2) \text{ より } l = \pi(2r+a) \text{ なので, } S = a l$$

答え $S = a l$



式の活用(4)

【1】次の式を、乗法公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned}(1) 107^2 &= (100+7)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 7 \times 100 + 7^2 \\ &= 10000 + 1400 + 49 \\ &= 11449\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 77 \times 63 &= (70+7)(70-7) \\ &= 70^2 - 7^2 \\ &= 4900 - 49 \\ &= 4851\end{aligned}$$

【2】次の式を、因数分解の公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned}(1) 66^2 - 34^2 &= (66+34)(66-34) \\ &= 100 \times 32 \\ &= 3200\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 1.2 \times 6.5^2 - 1.2 \times 3.5^2 \\ &= 1.2(6.5+3.5)(6.5-3.5) \\ &= 1.2 \times 10 \times 3 \\ &= 36\end{aligned}$$

【3】 $x=2, y=3$ のとき、 $(x+2y)^2 - (x-y)(x-4y)$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}(x+2y)^2 - (x-y)(x-4y) &= x^2 + 4xy + 4y^2 - (x^2 - 5xy + 4y^2) \\ &= 9xy\end{aligned}$$

$$x=2, y=3 \text{ を代入して, } 9 \times 2 \times 3 = 54$$

答え 54

【4】 $x=58$ のとき、 x^2+4x+4 の値を求めなさい。

$$x^2+4x+4 = (x+2)^2$$

$$x=58 \text{ を代入して, } (58+2)^2 = 60^2 = 3600$$

答え 3600

【5】連続する3つの自然数で、一番小さい数と一番大きい数の積に1を足すと、二番目に大きい数の2乗になることを証明しなさい。

一番小さい自然数を n 、二番目に大きい自然数を $n+1$ 、一番大きい自然数を $n+2$ とする。
一番小さい数と一番大きい数の積に1を足すと、

$$\begin{aligned}n(n+2)+1 &= n^2+2n+1 \\ &= (n+1)^2\end{aligned}$$

よって、連続した3つの自然数で、一番小さい自然数と一番大きい自然数の積に1を足すと、二番目に大きい自然数の2乗になる。



式の活用(5)

【1】次の式を、乗法公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 199^2 &= (200-1)^2 \\ &= 200^2 - 2 \times 1 \times 200 + 1^2 \\ &= 40000 - 400 + 1 \\ &= 39601 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 203 \times 197 &= (200+3)(200-3) \\ &= 200^2 - 3^2 \\ &= 40000 - 9 \\ &= 39991 \end{aligned}$$

【2】次の式を、因数分解の公式を使って計算しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad 111^2 - 89^2 &= (111+89)(111-89) \\ &= 200 \times 22 \\ &= 4400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 6.15 \times 55^2 - 6.15 \times 45^2 \\ &= 6.15(55+45)(55-45) \\ &= 6.15 \times 100 \times 10 \\ &= 6150 \end{aligned}$$

【3】 $x=3, y=5$ のとき、 $(x+y)(x+9y) - (x+3y)^2$ の値を求めなさい。

$$\begin{aligned} (x+y)(x+9y) - (x+3y)^2 &= x^2 + 10xy + 9y^2 - (x^2 + 6xy + 9y^2) \\ &= 4xy \end{aligned}$$

$$x=3, y=5 \text{ を代入して, } 4 \times 3 \times 5 = 60$$

答え 60

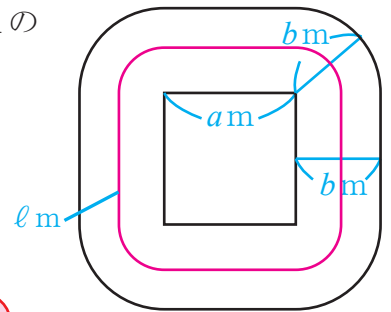
【4】 $x=84$ のとき、 $x^2 + 12x + 36$ の値を求めなさい。

$$x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$$

$$x=84 \text{ を代入して, } (84+6)^2 = 90^2 = 8100$$

答え 8100

【5】右の図のように、1辺の長さが a m の正方形の土地の周りに幅が b m の道がある。この道の面積を S m²、この道の中央をとおり線の長さを ℓ m とするとき、 $S = b\ell$ となることを証明しなさい。



面積 S は、縦 a m 横 b m の長方形 4 つと、半径 b m の円 1 つの面積の和になるので、

$$S = 4ab + \pi b^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} S &= \text{長方形} \times 4 + \text{円} \\ S &= 4ab + \pi b^2 \end{aligned}$$

長さ ℓ は、 a m の線 4 本と、半径 $\frac{1}{2}b$ m の円周の和になるので、

$$\ell = 4a + \pi b \dots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \ell &= \text{線} \times 4 + \text{円周} \\ \ell &= 4a + \pi b \end{aligned}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } S = 4ab + \pi b^2 = b(4a + \pi b) = b\ell$$

よって、 $S = b\ell$ である。

