

平方根(1)

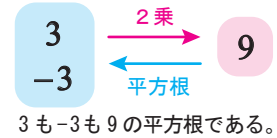
平方根

2乗すると a になる数のことを、 a の平方根という。 $x^2 = a$ のとき、 x は a の平方根である。

例) $3^2 = 9$ であるから、3 は 9 の平方根である。

正の数の平方根には、絶対値が等しく符号が異なる2つの数がある。

例) $(-3)^2 = 9$ であるから、-3 も 9 の平方根である。



0 の平方根は 0 だけである。

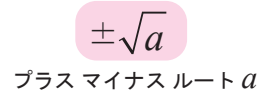
負の数の平方根はない。

根号

正の数 a の正と負の2つの平方根を記号を使って表すと、それぞれ \sqrt{a} 、 $-\sqrt{a}$ となる。

記号 $\sqrt{\quad}$ を根号という。 \sqrt{a} はルート a と読む。

正と負の2つの平方根をまとめて、 $\pm\sqrt{a}$ と表すこともある。



平方根の2乗

a が正の数であるとき、 $(\sqrt{a})^2 = a$ 、 $(-\sqrt{a})^2 = a$ が成り立つ。

【1】次の数の平方根を求めなさい。

(1) 4

2乗すると4になる数は、

$$2^2 = 4, (-2)^2 = 4 \text{ より、} 2 \text{ と } -2。$$

したがって、4の平方根は2と-2である。

答え 2 と -2 (または ± 2)

(2) 0.01

※1より小さい正の数の平方根では、平方根の絶対値のほうが、もとの数の絶対値よりも大きくなる。

2乗すると0.01になる数は、

$$(0.1)^2 = 0.01, (-0.1)^2 = 0.01 \text{ より、} 0.1 \text{ と } -0.1。$$

したがって、0.01の平方根は0.1と-0.1である。

答え 0.1 と -0.1 (または ± 0.1)

【2】次の数の平方根を、根号を使って表しなさい。

(1) 2

答え $\sqrt{2}$ と $-\sqrt{2}$ (または $\pm\sqrt{2}$)

(2) 0.1

答え $\sqrt{0.1}$ と $-\sqrt{0.1}$ (または $\pm\sqrt{0.1}$)

【3】次の数を、根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{4}$

$\sqrt{4}$ は、4の平方根の正の方だから、 $\sqrt{4} = 2$

答え 2

(2) $-\sqrt{25}$

$-\sqrt{25}$ は、25の平方根の負の方だから、 $-\sqrt{25} = -5$

答え -5

(3) $(\sqrt{3})^2$

答え 3

(4) $(-\sqrt{7})^2$

答え 7



平方根(2)

平方根の大小

正の数 a, b で、 $a < b$ ならば $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ である。

例) $\sqrt{2}$ と $\sqrt{3}$ では、 $2 < 3$ なので、 $\sqrt{2} < \sqrt{3}$

【1】次の数の平方根を求めなさい。

(1) 9

答え ±3

(2) 0.25

答え ±0.5

(3) 11

答え ±√11

(4) 0.7

答え ±√0.7

【2】次の数を、根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{49}$

$\sqrt{49}$ は、49の平方根の正の方だから、

$$\sqrt{49} = 7$$

答え 7

(2) $-\sqrt{36}$

$-\sqrt{36}$ は、36の平方根の負の方だから、

$$-\sqrt{36} = -6$$

答え -6

(3) $-(\sqrt{2})^2$

答え -2

(4) $(\sqrt{11})^2$

答え 11

【3】次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{5}, \sqrt{7}$

$5 < 7$ なので、 $\sqrt{5} < \sqrt{7}$

答え $\sqrt{5} < \sqrt{7}$

(2) $4, \sqrt{11}$

$4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}$ 、 $16 > 11$ なので、 $\sqrt{16} > \sqrt{11}$

したがって、 $4 > \sqrt{11}$

答え $4 > \sqrt{11}$

【4】次の数を、小さい順に並べなさい。

$$-\sqrt{3}, 0, \sqrt{6}, -\sqrt{5}, \sqrt{7}$$

$6 < 7$ より $\sqrt{6} < \sqrt{7}$

$3 < 5$ より $\sqrt{3} < \sqrt{5}$ なので $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$

(負の数どうしでは、絶対値が大きいほど小さい数であることに注意。)

答え $-\sqrt{5}, -\sqrt{3}, 0, \sqrt{6}, \sqrt{7}$



平方根(3)

ゆうりすう むりすう
有理数と無理数

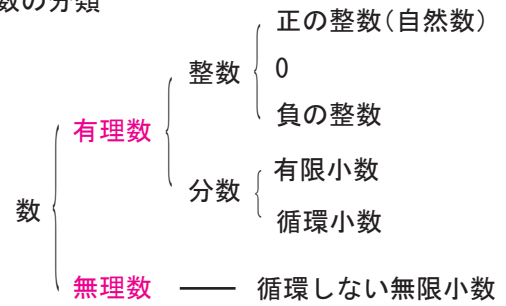
1, 0.2, $\frac{1}{3}$ のように, $\frac{\text{整数}}{\text{0でない整数}}$ の分数の形で表すことのできる数を**有理数**という。

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ や円周率 π のように, 上の分数の形で表すことができない数を**無理数**という。

有理数を小数で表すと, **有限小数**か, **循環小数**(ある位から決まった数字がくり返される**無限小数**)のどちらかになる。

無理数を小数で表すと, くり返しのない**無限小数**になる。

数の分類



無限小数 ... 小数点以下が無限に続く, 終わりのない小数
例) $\sqrt{2} = 1.41421356\cdots$

循環小数 ... ある位から決まった数字がくり返される無限小数
例) $\frac{1}{3} = 0.33333333\cdots$

【1】次の数の平方根を求めなさい。

(1) 25

答え ±5

(2) 0.49

答え ±0.7

(3) 7

答え ±√7

(4) 0.15

答え ±√0.15

【2】次の(1)～(5)の文章の()にあてはまる言葉を○でかこみなさい。

(1) $5 \div 8$ の答えは(有理・無理)数であり, 小数で表すと(有限・無限)小数になる。

(2) $4 \div 3$ の答えは(有理・無理)数であり, 小数で表すと, ある位から決まった数字がくり返される(有限・無限)小数になる。このような小数を(循環小数・自然数)という。

(3) $\sqrt{7}$ は(有理・無理)数であり, 小数で表すと(有限・無限)小数になる。

(4) 0 は(有理・無理)数であり, (自然数である・自然数ではない)。

(5) π は(有理・無理)数であり, 小数で表すと(有限・無限)小数になる。

【3】次の数のうち, 無理数を選びなさい。

4, $\sqrt{2}$, 3π , $\frac{2}{5}$, 0, $-\frac{1}{3}$, 0.5

答え √2, 3π



平方根(4)

【1】次の数の平方根を求めなさい。

(1) 13

答え $\pm\sqrt{13}$

(2) 121

答え ± 11

【2】次の数を, 根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{100}$

答え 10

(2) $-\sqrt{\frac{1}{4}}$

答え $-\frac{1}{2}$

(3) $\sqrt{0.16}$

答え 0.4

(4) $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$

答え $\frac{1}{5}$

【3】次の各組の数の大小を, 不等号を使って表しなさい。

(1) $\sqrt{19}$, 5

答え $\sqrt{19} < 5$

(2) $-\sqrt{15}$, -4

答え $-\sqrt{15} > -4$

【4】次の数のうち, 無理数を選びなさい。

3 , -0.7 , $-\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\frac{1}{6}$, $\sqrt{\frac{2}{9}}$

$\sqrt{4} = 2$ なので $\sqrt{4}$ は無理数ではない。

答え $-\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{2}{9}}$

【5】 $a < \sqrt{10}$ になる, 自然数 a をすべて答えなさい。2乗したとき, 10より小さくなる自然数 a を求めればよい。

自然数の2乗で10より小さい数は, 1, 4, 9の3つ。

したがって, $a^2 = 1$ のとき $a = 1$, $a^2 = 4$ のとき $a = 2$, $a^2 = 9$ のとき $a = 3$

答え 1, 2, 3



平方根(5)

【1】次の数の平方根を求めなさい。

(1) $\frac{25}{16}$

答え $\pm \frac{5}{4}$

(2) $\frac{3}{7}$

答え $\pm \sqrt{\frac{3}{7}}$

【2】次の数を、根号を使わずに表しなさい。

(1) $-\sqrt{\frac{9}{4}}$

答え $-\frac{3}{2}$

(2) $(-\sqrt{0.15})^2$

答え 0.15

(3) $(\sqrt{6})^2$

答え 6

(4) $(-\sqrt{13})^2$

答え 13

【3】次の各組の数の大小を、不等号を使って表しなさい。

(1) $3, \sqrt{10}$

答え $3 < \sqrt{10}$

(2) $-6, -\sqrt{35}$

答え $-6 < -\sqrt{35}$

【4】次の数のうち、無理数を選びなさい。

$-2, 0.6, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{0.1}, -\sqrt{\frac{4}{25}}$

$-\sqrt{\frac{4}{25}} = -\frac{2}{5}$ なので、 $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ は無理数ではない。

答え $\sqrt{5}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{0.1}$

【5】 $2 < \sqrt{a} < \sqrt{8}$ になるような自然数 a は全部で何個あるか答えなさい。

$2 = \sqrt{4}$ なので、 $\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{8}$ である。

これをみたす a は、5, 6, 7 の3個。