

平方根のいろいろな計算(1)

平方根のいろいろな計算

分配法則や乗法公式を使って、 $\sqrt{\quad}$ を含む式を計算することができる。

根号を含む式の値

複雑な式は、なるべく簡単な形に変形してから、値を代入するとよい。

いろいろな式の変形

$$a(b+c) = ab + ac$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

乗法公式(1) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$$(2) (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(3) (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

$$(4) (x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

【1】次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

分配法則を使う

$$= 2 + \sqrt{6}$$

$$(2) \sqrt{3}(\sqrt{6} - 2) = \sqrt{3} \times \sqrt{6} - \sqrt{3} \times 2$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$(3) 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{10}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$$

根号の中の数が同じものを分配法則でまとめる

$$(4) \sqrt{3} \times \sqrt{12} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{36} - \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$= 6 - \sqrt{2}$$

$$(5) (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 1)$$

乗法公式(1)を使う

$$= (\sqrt{2})^2 + (3-1)\sqrt{2} + 3 \times (-1)$$

$$= 2 + 2\sqrt{2} - 3$$

$$= -1 + 2\sqrt{2}$$

$$(6) (\sqrt{3} - 5)^2$$

乗法公式(3)を使う

$$= (\sqrt{3})^2 - 2 \times 5 \times \sqrt{3} + 5^2$$

$$= 3 - 10\sqrt{3} + 25$$

$$= 28 - 10\sqrt{3}$$

【2】 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$ のとき、次の計算をなさい。

$$(1) x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$$

因数分解してから、値を代入する

$$= \{(\sqrt{2} + 1) + 1\} \{(\sqrt{2} + 1) - 1\}$$

$$= \sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)$$

$$= 2 + 2\sqrt{2}$$

$$(2) x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$= \{(\sqrt{2} + 1) + (\sqrt{2} - 1)\}^2$$

$$= (2\sqrt{2})^2$$

$$= 8$$



平方根のいろいろな計算(2)

【1】次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) &= \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} \\
 &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{6} \\
 &= 3\sqrt{2} + \sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \sqrt{2}(4 - \sqrt{5}) &= \sqrt{2} \times 4 - \sqrt{2} \times \sqrt{5} \\
 &= 4\sqrt{2} - \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} \times \sqrt{12} &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{72} \\
 &= 4\sqrt{2} - 4 \times 6\sqrt{2} \\
 &= 4\sqrt{2} - 24\sqrt{2} \\
 &= -20\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \sqrt{14} \times \sqrt{21} - \frac{3}{\sqrt{3}} \\
 &= \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} - \frac{3\sqrt{3}}{3} \\
 &= 7\sqrt{6} - \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} - 3) \\
 &= (\sqrt{5})^2 + (-2 - 3)\sqrt{5} + (-2) \times (-3) \\
 &= 5 - 5\sqrt{5} + 6 \\
 &= 11 - 5\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) (\sqrt{3} + 2)^2 \\
 &= (\sqrt{3})^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 2^2 \\
 &= 3 + 4\sqrt{3} + 4 \\
 &= 7 + 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \\
 &= (3\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 3\sqrt{2} + (\sqrt{3})^2 \\
 &= 18 - 6\sqrt{6} + 3 \\
 &= 21 - 6\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (8) (\sqrt{3} + 4)(\sqrt{3} - 4) \\
 &= (\sqrt{3})^2 - 4^2 \\
 &= -13
 \end{aligned}$$

【2】 $x = 2 + \sqrt{7}$ のとき、次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) x^2 - 7 \\
 &= (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) \\
 &= \{(2 + \sqrt{7}) + \sqrt{7}\} \{(2 + \sqrt{7}) - \sqrt{7}\} \\
 &= 2(2 + 2\sqrt{7}) \\
 &= 4 + 4\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) x^2 - x - 2 &= (x + 1)(x - 2) \\
 &= (2 + \sqrt{7} + 1)(2 + \sqrt{7} - 2) \\
 &= (3 + \sqrt{7}) \times \sqrt{7} \\
 &= 7 + 3\sqrt{7}
 \end{aligned}$$



平方根のいろいろな計算(3)

【1】次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{3}(2+\sqrt{7}) = \sqrt{3} \times 2 + \sqrt{3} \times \sqrt{7} \\ = 2\sqrt{3} + \sqrt{21}$$

$$(2) \sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{15}) = \sqrt{5} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{15} \\ = \sqrt{10} - \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{10} - 5\sqrt{3}$$

$$(3) 8\sqrt{3} - \sqrt{21} \times \sqrt{7} = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \\ = 8\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \\ = \sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{30} \times \sqrt{6} - \frac{6}{\sqrt{3}} = \sqrt{5} \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$$

$$(5) (\sqrt{2}+7)(\sqrt{2}+3) \\ = (\sqrt{2})^2 + (7+3)\sqrt{2} + 7 \times 3 \\ = 2 + 10\sqrt{2} + 21 \\ = 23 + 10\sqrt{2}$$

$$(6) (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2 \\ = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} + (\sqrt{5})^2 \\ = 3 + 2\sqrt{15} + 5 \\ = 8 + 2\sqrt{15}$$

$$(7) (\sqrt{8}-2\sqrt{5})^2 \\ = (\sqrt{8})^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{5} + (2\sqrt{5})^2 \\ = 8 - 8\sqrt{10} + 20 \\ = 28 - 8\sqrt{10}$$

$$(8) (5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7}) \\ = 5^2 - (\sqrt{7})^2 \\ = 18$$

【2】 $x = \sqrt{2} + 3$, $y = \sqrt{2} - 3$ のとき、次の計算をなさい。

$$(1) (x-y)^2 = \{(\sqrt{2}+3) - (\sqrt{2}-3)\}^2 \\ = 6^2 = 36$$

$$(2) x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) \\ x+y = 2\sqrt{2} , x-y = 6 \text{ を代入して,} \\ x^2 - y^2 = 2\sqrt{2} \times 6 = 12\sqrt{2}$$

