中３数学　２次関数

関数 $y=ax^2$ (1)

名前

関数 $y=ax^2$

y が x の関数で，$y=ax^2$（a は比例定数）と表せるとき，**y は x の２乗に比例する**という。

関数 $y=ax^2$ では，x の値が２倍，３倍になると，y の値は４倍，９倍になる。

例）$y=2x^2$ の x, x^2, y の関係の表

x	…	1	2（1 の 2 倍）	3（3 倍）	4（4 倍）	5（5 倍）	…
x^2	…	1	4	9	16	25	…
y	…	2	8（2 の 4 倍）	18（9 倍）	32（16 倍）	50（25 倍）	…

y の値はつねに x^2 の値の２倍であり，したがって y は x^2 に比例している。

【１】関数 $y=5x^2$ について，x と y の関係をまとめると右の表のようになった。次の問いに答えなさい。

x	1	2	3	4	5
y	5	①	45	80	②

(1) 表の空らん ①, ② に当てはまる数を求めなさい。

答え　①　　　②

(2) x の値が４倍になると, y の値は何倍になるか答えなさい。

答え

【２】次の ①～⑤のそれぞれについて，y を x の式で表しなさい。また，y が x の２乗に比例するものをすべて選び，記号で答えなさい。

① 半径 x cmの円の円周の長さ y cm

式

② １辺が x cm の正方形の面積 y cm^2

式

③ 底辺 10 cm, 高さ x cmの三角形の面積 y cm^2

式

④ １辺が x cmの立方体の体積 y cm^3

式

⑤ 半径 x cmの円の面積 y cm^2

式

答え

中３数学　２次関数

関数 $y=ax^2$ (2)

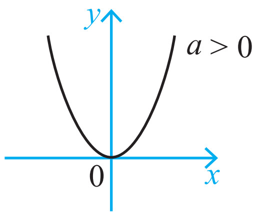
名前

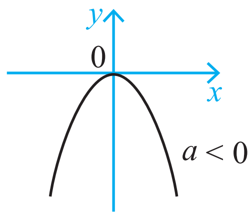
関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴

・関数 $y=ax^2$ のグラフは，原点を頂点とする y 軸について対称な放物線となる。

・比例定数 a の値によって開く向きが変わる。

①$a>0$ のとき，上に開いた放物線　　②$a<0$ のとき，下に開いた放物線





・a の絶対値が大きいほど，グラフの開き方は小さくなる。

関数 $y=ax^2$ のグラフの書き方

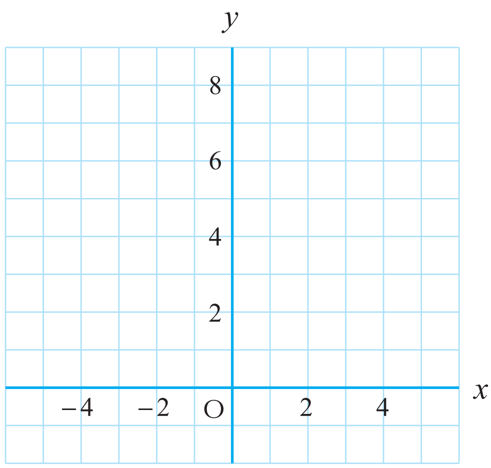
グラフを書くときには，通る点をとってから，なめらかな線で結ぶ。

【１】関数 $y=2x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$ について，次の問いに答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい。

x	1	2	3	4	5
$2x^2$	2				50
$\frac{1}{2}x^2$	$\frac{1}{2}$		$\frac{9}{2}$		

(2) (1)でつくった表をもとに，右の図に関数 $y=2x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。



【２】y は x の２乗に比例し，$x=3$ のとき $y=18$ である。次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

答え

(2) $x=5$ のときの y の値を求めなさい。

答え

【３】(1)～(3)に当てはまる関数を①～④の中からすべて記号で答えなさい。

①$y=3x^2$　②$y=-2x^2$　③$y=\frac{1}{2}x^2$　④$y=-\frac{3}{2}x^2$

(1) グラフが上に開いた放物線になる。（　　　　　）

(2) グラフが関数 $y=2x^2$ のグラフと x 軸について対称になる。（　　　　　）

(3) グラフの開き方が最も大きい。（　　　　　）

中３数学　２次関数

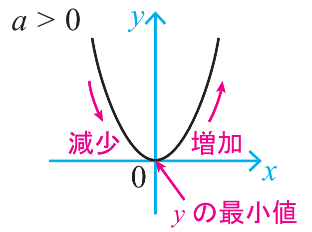
関数 $y=ax^2$ (3)

名前

値の増減

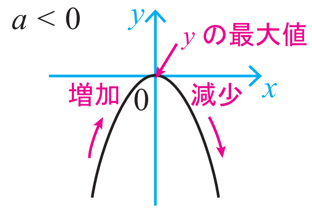
関数 $y=ax^2$ において　$a>0$ のとき，次のことがいえる。

> x の値が増加するとき，$x<0$ の範囲では，y の値は**減少**し，
> $x>0$ の 範囲では，y の値は**増加**する。
> $x=0$ のとき，y は**最小値 0** をとる。



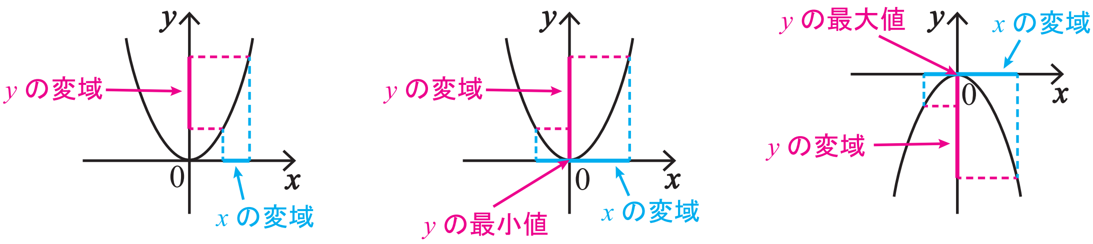
また，$a<0$ のとき，次のことがいえる。

> x の値が増加するとき，$x<0$ の範囲では，y の値は**増加**し，
> $x>0$ の範囲では，y の値は**減少**する。
> $x=0$ のとき，y は**最大値 0** をとる。



関数 $y=ax^2$ の x の変域と y の変域

x の変域が 0 をふくむ場合，$x=0$ のときに，y の値は最大値または最小値をとる。



【１】(1)～(3)に当てはまる関数を①～④の中からすべて記号で答えなさい。

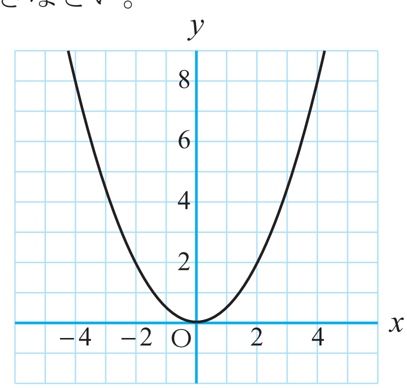
①$y=2x^2$　　②$y=-5x^2$　　③$y=\dfrac{5}{2}x^2$　　④$y=-\dfrac{1}{3}x^2$

(1) $x>0$ の範囲で x の値が増加すると，y の値も増加する。(　　　　　　　　)

(2) $x=0$ のとき y の値が最大になる。(　　　　　　　　)

(3) グラフの開き方が最も小さい。(　　　　　　　　)

【２】関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ において，以下の①～② の□にあてはまる数を書きなさい。



① x の変域が $2 \leqq x \leqq 4$ の場合，

y は，$x=2$ のとき，最小値 ㋐□，

$x=4$ のとき，最大値 ㋑□ をとる。

したがって，y の変域は ㋒□ $\leqq y \leqq$ ㋓□ である。

② x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ の場合，y は，

$x=3$ のとき，最大値 ㋔□，$x=0$ のとき，最小値 ㋕□ をとる。

したがって，y の変域は ㋖□ $\leqq y \leqq$ ㋗□ である。

中３数学　２次関数

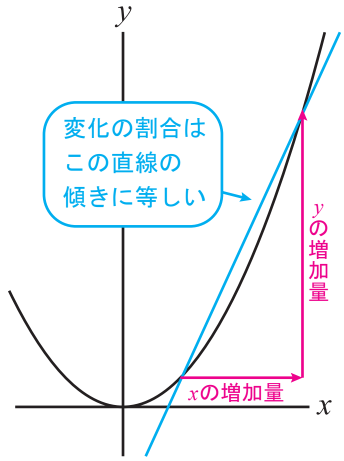
関数 $y=ax^2$ (4)

名前

関数 $y=ax^2$ の変化の割合

変化の割合は次の式で求められる。(変化の割合) = $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$

変化の割合はグラフ上の２点を結ぶ直線の傾きに等しい。
関数 $y=ax^2$ の変化の割合は関数 $y=ax$ の場合と違って一定ではない。



平均の速さ

斜面を転がるボールなどの x 秒間に進む距離を y m とすると，

平均の速さは，$\dfrac{(\text{進んだ距離})}{(\text{進んだ時間})}$ (m/s) である。

$y=ax^2$ が成り立つとき，平均の速さは変化の割合に等しい。

【１】関数 $y=3x^2$ について，x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 1 から 3 まで

答え

(2) −5 から −2 まで

答え

【２】関数 $y=-2x^2$ について，x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) −3 から −1 まで

答え

(2) 4 から 7 まで

答え

【３】ボールが斜面を転がりはじめてから，x 秒間に進む距離を y m とすると，$y=2x^2$ の関係が成り立った。次の問いに答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい。

x (秒)	0	1	2	3	4	5	6
y (m)	0						

(2) 1 秒間ごとの平均の速さを，転がりはじめてから，4 秒後までについて求めなさい。

0 秒後〜 1 秒後

1 秒後〜 2 秒後

2 秒後〜 3 秒後

3 秒後〜 4 秒後

中３数学　２次関数

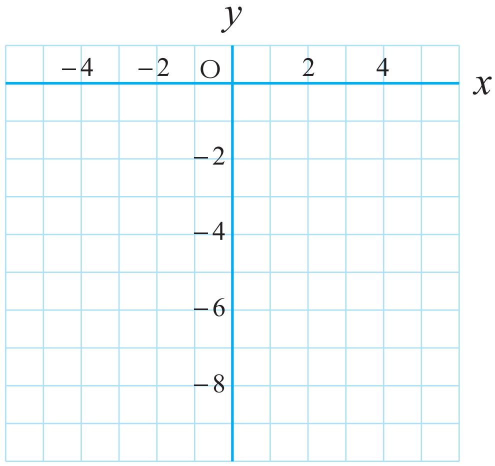
関数 $y=ax^2$ (5)

名前

【１】関数 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{4}x^2$ について, 次の問いに答えなさい。

(1) 下の表を完成させなさい

x	1	2	3	4	5
$-x^2$	-1				
$-\frac{1}{4}x^2$	$-\frac{1}{4}$				



(2) (1) でつくった表をもとに, 右の図に
関数 $y=-x^2$, $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフをかきなさい。

【２】関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について, x の変域が次のときの y の変域を求めなさい。

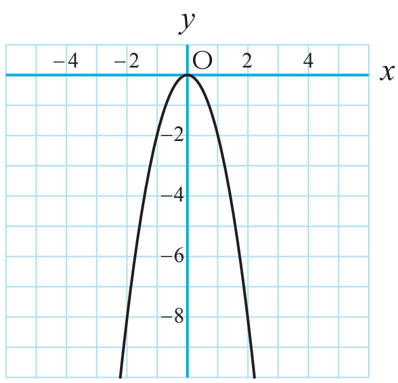
(1) $-6 \leqq x \leqq -3$

答え

(2) $-1 \leqq x \leqq 5$

答え

【３】右の図は関数 $y=ax^2$ のグラフである。次の問いに答えなさい。



(1) この関数の式を求めなさい。

答え

(2) x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

答え

(3) グラフがこの関数と x 軸について対称になる関数の式を答えなさい。

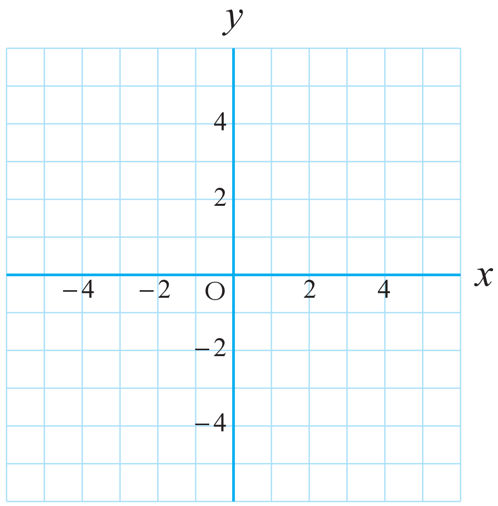
答え

中３数学　２次関数

関数 $y=ax^2$（6）

名前

【１】右の図に関数 $y=\frac{1}{4}x^2$, $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを書き入れなさい。



【２】次の①から④の関数について，次の問いに記号で答えなさい。

① $y=\frac{2}{3}x^2$　② $y=-3x^2$　③ $y=5x^2$　④ $y=-\frac{1}{5}x^2$

(1) グラフの開き方が大きい順に並べなさい。（　　　　　　　　　）

(2) $x>0$ の範囲で x の値が増加すると y の値が減少するものをすべて選びなさい。（　　　　　）

(3) $x=0$ のとき y の値が最小になるものをすべて選びなさい。（　　　　　　　）

【３】関数 $y=ax^2$ で，x の変域が $-1\leqq x\leqq 6$ のとき y の変域が $-54\leqq y\leqq 0$ である。a の値を求めなさい。

答え

【4】関数 $y=ax^2$ のグラフが点 $(2,\ 12)$ を通るとき，以下の問いに答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

答え

(2) このグラフが点 $(-1,\ b)$ を通るとき，b の値を求めなさい。

答え

(3) x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

答え