中３数学　相似な図形

相似な図形(1)

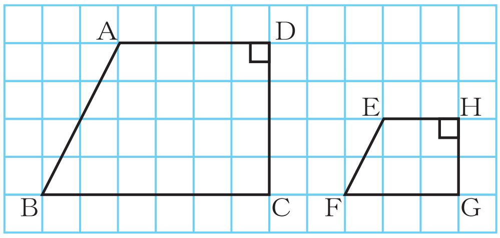
名前

相似（そうじ）

ある図形を形はそのままに拡大または縮小した図形があるとき，その図形と元の図形は**相似**であるといい，記号∽を使ってΔABC ∽ ΔDEFのように表す。

例)右の図において，**四角形ABCD∽四角形EFGHである。**

対応する頂点を同じ順序で周にそって書く



相似な図形の性質

①相似な図形の対応する部分（線分）の長さの比はすべて等しい。

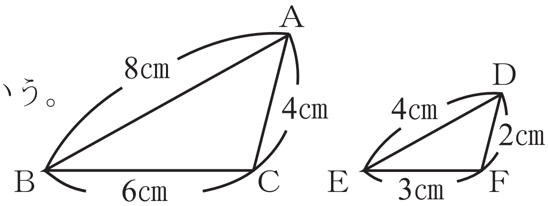
②相似な図形の対応する角の大きさはそれぞれ等しい。

相似比

相似な図形の対応する部分（線分）の長さの比を**相似比**という。

例)右の図において，ΔABC ∽ ΔDEFであるとき，

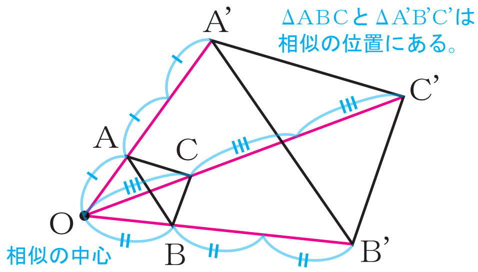
ΔABC と ΔDEFの相似比は２：１である。



相似の中心と相似の位置

２つの図形の対応する点を結ぶ直線がすべて点Oを通り，点Oから対応する点までの長さの比がすべて等しいとき，２つの図形は**相似の位置**にあるという。また，この点Oを**相似の中心**という。

この性質を使うことで，相似な図形の作図ができる。



【１】右の図の四角形ABCDと四角形HGFEは相似である。次の問いに答えなさい。

(1) 相似の関係を記号∽を使って表しなさい。

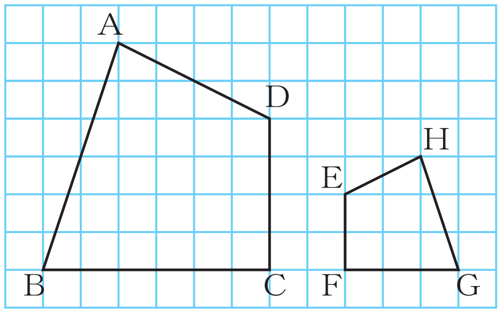
答え　四角形ABCD ∽ 四角形HGFE

(2) 角Dに対応する角を答えなさい。　答え　角E

(3) 辺ADに対応する辺を答えなさい。　答え　辺HE

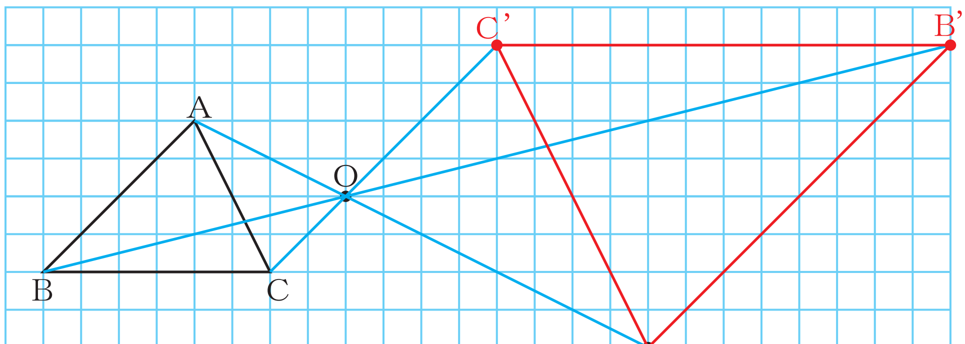
(4) 四角形ABCDと四角形HGFEの相似比を答えなさい。

辺BCと辺GFに着目すると，6：3＝2：1　　答え　2：1



【２】点Oを相似の中心として，頂点Aに対応するA'をOA'＝2OAとなるようにとると右の図のようになった。

ΔABCと相似の位置にあるΔA'B'C'をかきなさい。



２つの相似な図形の対応する頂点から相似の中心Oまで引いた直線の長さの比は相似比に等しい。

AO：OA'＝1：2，BO：OB'＝1：2，CO：OC'＝1：2 になるように，点A', B', C'をかく。

３点を直線で結ぶと，ΔA'B'C'が作図できる。

中３数学　相似な図形

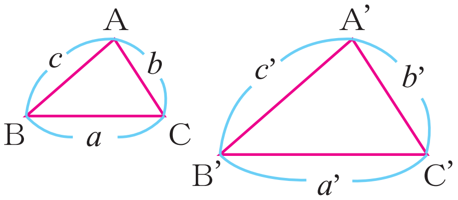
相似な図形（2）

名前

三角形の相似条件

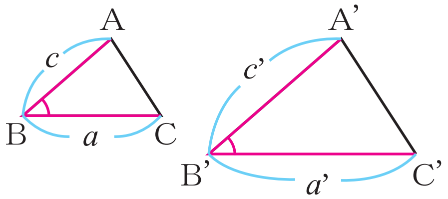
次の条件のうちのどれかが成り立つとき，2 つの三角形は相似である。

① 3 組の辺の比がすべて等しい。



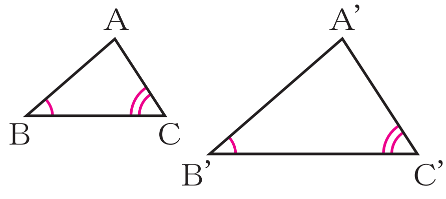
$a : a' = b : b' = c : c'$

② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。



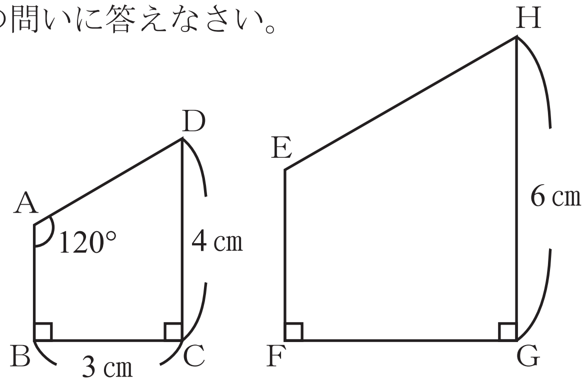
$a : a' = c : c'$, $\angle B = \angle B'$

③ 2 組の角がそれぞれ等しい。



$\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

【１】右の図で四角形ABCD ∽ 四角形EFGHである。次の問いに答えなさい。



（1）角Eの大きさを答えなさい。

角Eと対応する角は角A。　答え　120°

（2）四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を答えなさい。

辺CDと辺GHに着目すると，$4 : 6 = 2 : 3$　答え　2 : 3

（3）辺FGの長さを答えなさい。

$FG = x$ とすると，$BC : FG = 2 : 3$ より，$3 : x = 2 : 3$

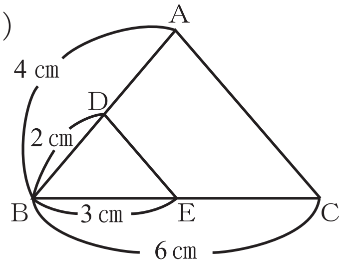
$2x = 9$

$x = 4.5$

答え　4.5 cm

【２】下の図で相似な三角形を記号を使って表しなさい。またそのときの相似条件を答えなさい。

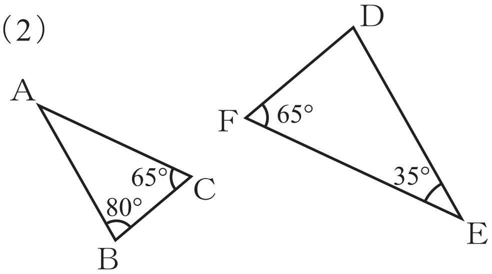
（1）



答え　△ABC ∽ △DBE

条件　2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

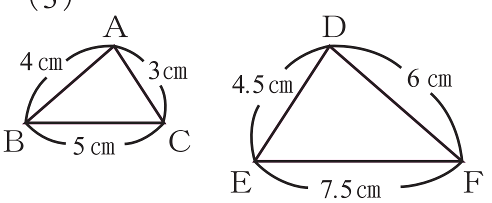
（2）



答え　△ABC ∽ △EDF

条件　2 組の角がそれぞれ等しい。

（3）



答え　△ABC ∽ △DFE

条件　3 組の辺の比がすべて等しい。

中３数学　相似な図形

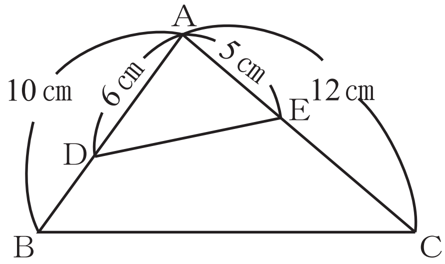
相似な図形(3)

名前

三角形の相似の証明

相似の証明には,対応する角の大きさや辺の長さの比に着目し,どの相似条件を利用するか考える。

【１】右の図のΔABCとΔAEDが相似であることを次の□をうめて,証明しなさい。



ΔABCと ㋐ ΔAED で,

仮定より，AB : ㋑ AE ＝10 : 5 ＝2 : ㋒ 1

AC : ㋓ AD ＝12 : 6 ＝2 : ㋔ 1

よって，AB : AE＝AC : AD …①

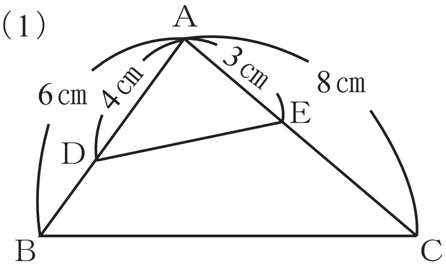
共通な角だから，∠BAC＝ ㋕ ∠EAD …②

①，②より， ㋖ 2組の辺の比とその間の角 がそれぞれ等しいので,

ΔABC ∽ ㋗ ΔAED

【２】下の図で相似な三角形を記号を使って表しなさい。またそのときの相似条件を答えなさい。

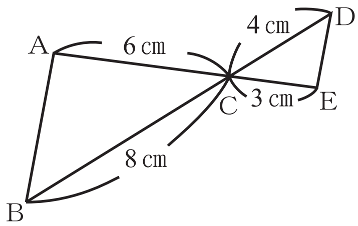
(1)



答え　ΔABC∽ΔAED

条件　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

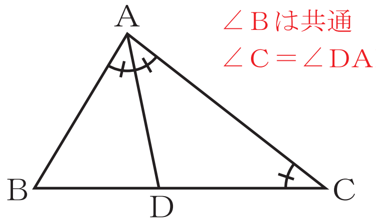
(2) 点Cは直線AE, BDの交点



答え　ΔABC ∽ΔEDC

条件　2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

(3)



∠Bは共通

∠C＝∠DAB

答え　ΔABC∽ΔDBA

条件　2組の角がそれぞれ等しい。

中３数学　相似な図形

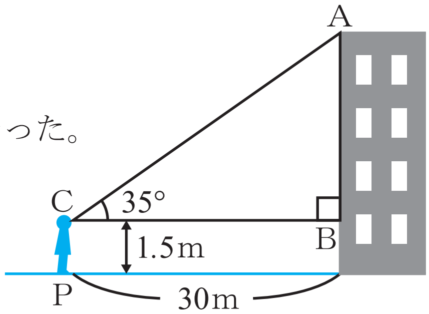
相似な図形(4)

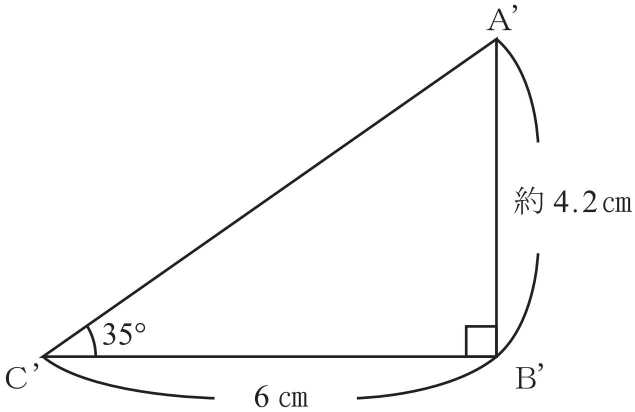
名前

相似の活用

相似の関係を用いることで，直接はかることが難しい距離や大きさなどを，縮図や計算を使って求めることができる。

【１】あるビルの壁面から30m離れた地点Ｐからビルの屋上Ａを見上げると，角度は水平方向に対して35°上になる。
ΔＡＢＣの500分の１の縮図ΔＡ’Ｂ’Ｃ’をかくと下の図のようになった。
この図を利用してビルのおよその高さを求めなさい。
ただし目の高さを1.5mとする。





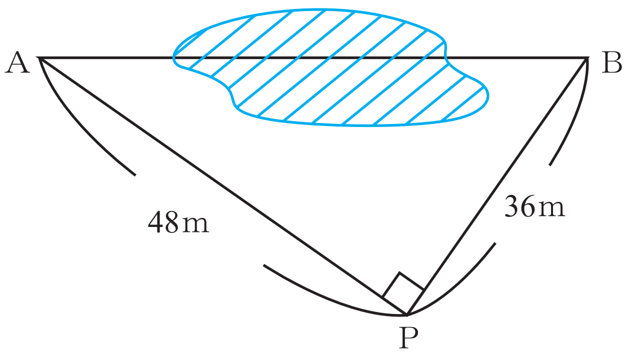
辺A’B’の長さである約4.2cmを500倍すると，ＡＢのおよその長さになるから，

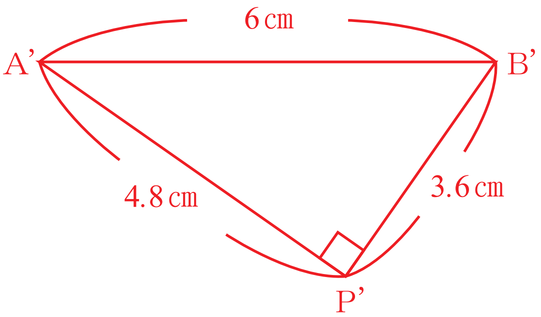
$$AB = \frac{4.2 \times 500}{100} = 21\,(\mathrm{m})$$

目の高さ 1.5m を加えて，
（ビルの高さ）= 21 + 1.5 = 22.5（m）

答え　22.5m

【２】池をはさんでいて直接測定できない点Ａと点Ｂの間の距離をはかりたい。
∠ＡＰＢ = 90°となる点Ｐから２点までの距離をはかると，ＰＡ = 48m，ＰＢ = 36mだった。
ΔＡＰＢの1000分の１の縮図ΔＡ’Ｐ’Ｂ’をかき，
Ａ’Ｂ’の長さから点ＡＢ間の距離を求めなさい。





$A'P' = \dfrac{48 \times 100}{1000} = 4.8\,(\mathrm{cm})$，　$B'P' = \dfrac{36 \times 100}{1000} = 3.6\,(\mathrm{cm})$，

∠A’P’B’= 90°のΔA’B’P’をかき，辺A’B’の長さをはかると，6 cm になる。

よって，　$AB = \dfrac{6 \times 1000}{100} = 60\,(\mathrm{m})$

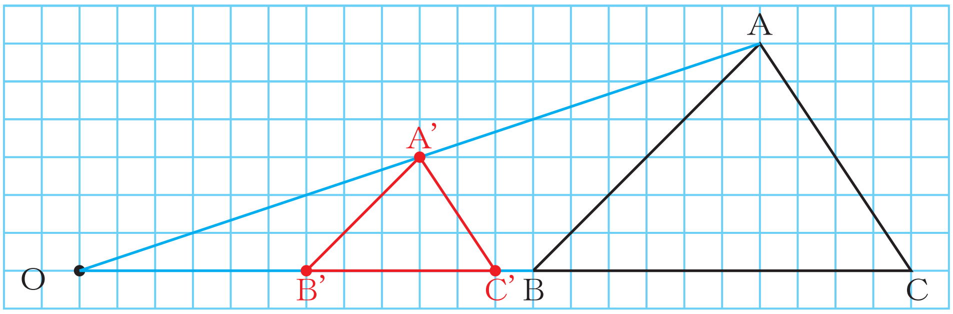
答え　60m

中３数学　相似な図形

相似な図形(5)

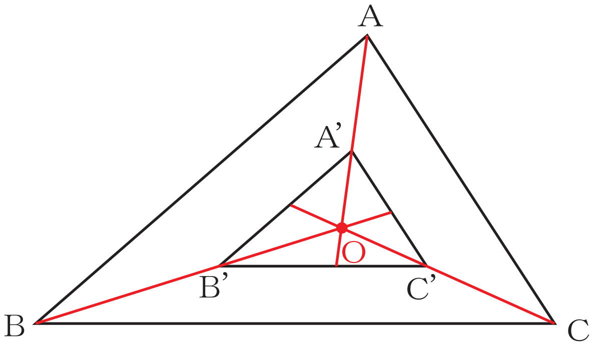
名前

【１】点Ｏを相似の中心として, ΔABCを２分の１に縮小したΔA'B'C'をかきなさい。



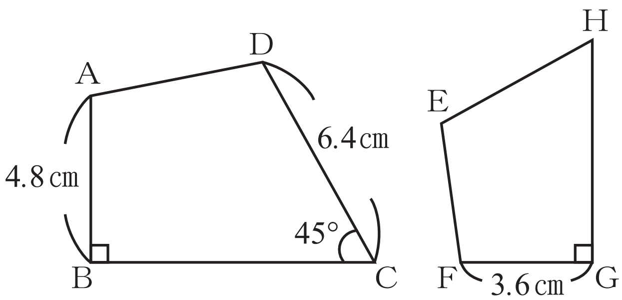
AO : A'O = 2 : 1
BO : B'O = 2 : 1
CO : C'O = 2 : 1
となるように３点A', B', C'をとり, 直線で結ぶ。

【２】下の図のΔABCとΔA'B'C'は相似の位置にある。相似の中心Ｏを図にかき入れなさい。



対応する頂点を結ぶ線AA', BB', CC'を延長して, 3直線が交わる点を求める。
（２直線でも良い）

【３】右の図で四角形ABCD ∽ 四角形FGHEである, 次の問いに答えなさい。



（1）角Ｈの大きさを答えなさい。

角Ｈと対応する角は角Ｃ。

答え　45°

（2）２つの図形の相似比を答えなさい。

辺ABと辺FGに着目すると，4.8 : 3.6 = 4 : 3

答え　4 : 3

（3）辺ＥＨの長さを答えなさい。

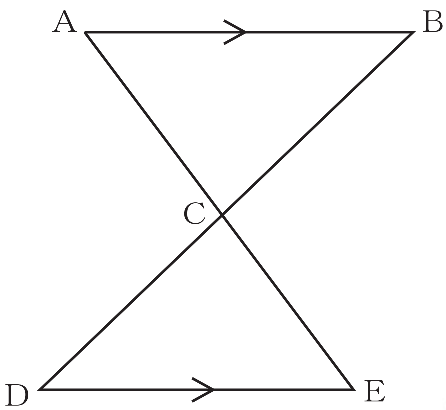
EH = x とすると, DC : EH = 4 : 3 より, 6.4 : x = 4 : 3

$4x = 19.2$

$x = 4.8$

答え　4.8 cm

【４】右の図のΔABCとΔEDCが相似であることを証明しなさい。ただしAB // DEである。



ΔABCとΔEDCで,

対頂角だから, ∠ACB = ∠ECD … ①

錯角だから, ∠ABC = ∠EDC … ②

（または ∠BAC = ∠DEC）

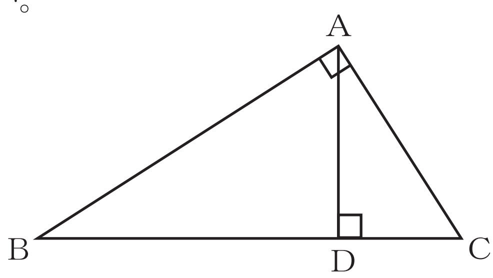
①, ②より, 2組の角が等しいので,

ΔABC ∽ ΔEDC

相似な図形(6)

名前

【１】右の図のように, ∠BAC＝90° の直角三角形ABCの頂点Aから辺BCに垂線ADを引いたとき, ΔABD ∽ ΔCAD となることを証明しなさい。



ΔABDとΔCADで,

∠BAD＋∠CAD＝90° … ①

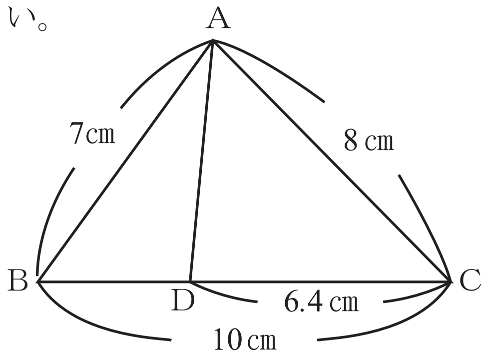
∠BAD＋∠ABD＝90° … ②

①, ②より, ∠ABD＝∠CAD … ③

仮定より, ∠ADB＝∠CDA＝90° … ④

③, ④より, 2組の角が等しいので, ΔABD ∽ ΔCAD

【２】右の図のΔABCとΔDACが相似であることを証明しなさい。
また, 線分ADの長さを求めなさい。



ΔABCとΔDACで,

仮定より, BC : AC＝10 : 8 ＝5 : 4

AC : DC＝8 : 6.4＝5 : 4

よって, BC : AC ＝ AC : DC … ①

共通な角だから, ∠ACB＝∠DCA … ②

①, ②より,

2組の辺の比とその間の角が

それぞれ等しいので,

ΔABC ∽ ΔDAC

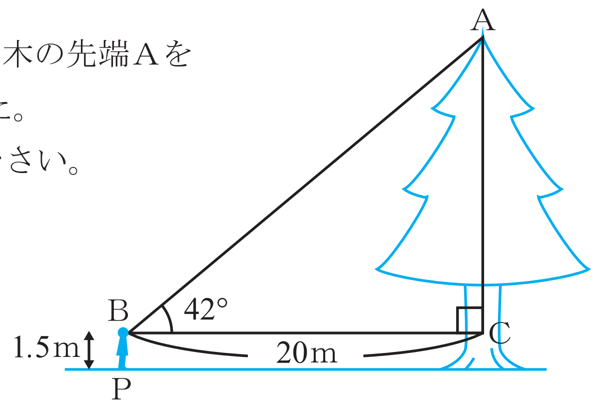
AD＝xとすると, BA : AD＝5 : 4 より, 7 : x ＝ 5 : 4

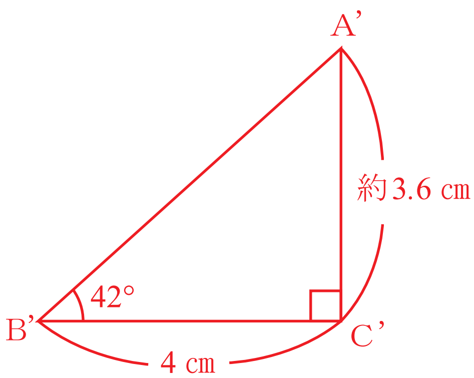
$5x$ ＝ 28

x ＝ 5.6

答え　5.6 cm

【３】右の図のように, ある木から 20m 離れた地点Pから木の先端Aを見上げると, 角度は水平方向に対して 42° 上になった。
ΔABCの縮図をかいて, 木のおよその高さを求めなさい。
ただし, 目の高さを 1.5m とする。





$\frac{1}{500}$ の縮図ΔA'B'C'をかくと, 辺A'C'の長さは約3.6cm になる。この長さからACのおよその長さを求めると,

$$AC = \frac{3.6 \times 500}{100} = 18\ (m)$$

目の高さ 1.5m を加えて,

(木の高さ)＝18＋1.5＝19.5 (m)

答え　19.5m