中３数学　相似な図形

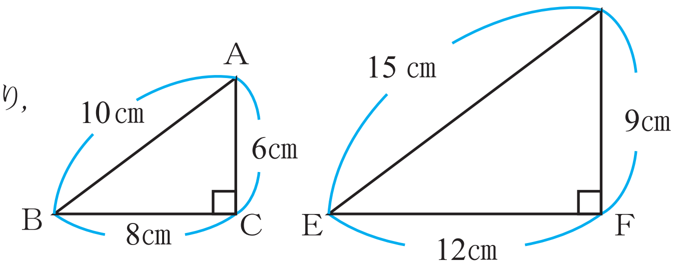
面積の比と体積の比（1）

名前 ____________________

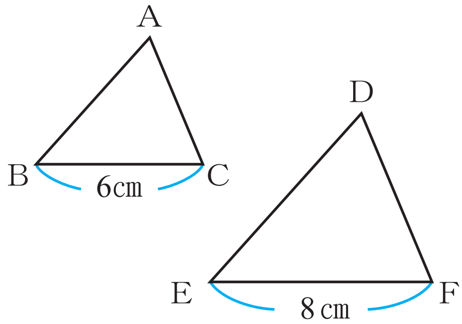
相似な平面図形の周の長さと面積

相似な平面図形において，周の長さの比は相似比に等しく，面積の比は相似比の２乗に等しい。
相似比が $m:n$ ならば，周の長さの比は $m:n$，面積の比は $m^2:n^2$ である。

例）右の図において，
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$で，その相似比は $2:3$ であり，
周の長さの比は $2:3$，
面積の比は $2^2:3^2$，すなわち $4:9$ である。



【１】右の図において，$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$である。□をうめて，問いに答えなさい。



（1）$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$の周の長さの比を求めなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$の相似比は，

$BC:EF=6:8=3:$ ㋐ 4

周の長さの比は，相似比に等しいから，$3:$ ㋑ 4

（2）$\triangle ABC$ の周の長さが 15 cmのとき，$\triangle DEF$の周の長さを求めなさい。

$\triangle DEF$の周の長さを ℓ cmとすると，（1）より，$15:\ell = 3:$ ㋒ 4

これを解くと，$\ell =$ ㋓ 20 ，よって，$\triangle DEF$の周の長さは ㋔ 20 cm

（3）$\triangle ABC$ と $\triangle DEF$の面積の比を求めなさい。

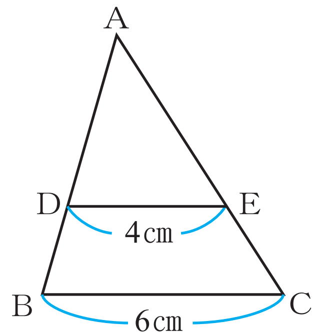
面積の比は，相似比の２乗に等しいから，$3^2:4^2=9:$ ㋕ 16

（4）$\triangle ABC$ の面積が 18 cm^2 のとき，$\triangle DEF$の面積を求めなさい。

$\triangle DEF$の面積を S cm^2 とすると，（3）より，$18:S = 9:$ ㋖ 16

これを解くと，$S =$ ㋗ 32 ，よって，$\triangle DEF$の面積は ㋘ 32 cm^2

【２】右の図でDE∥BCのとき，次の問いに答えなさい。



（1）$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$の面積の比を求めなさい。

$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$の相似比は，$BC:DE=6:4=3:2$

よって，面積の比は $3^2:2^2=9:4$

答え　$9:4$

（2）$\triangle ABC$ の面積が 27 cm^2 のとき，$\triangle ADE$の面積を求めなさい。

$\triangle ADE$の面積を S cm^2 とすると，（1）より，$27:S = 9:4$

$9S = 27 \times 4$

$S = 12$

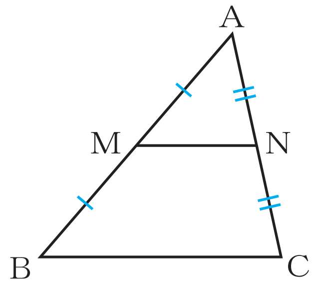
答え　12 cm^2

中３数学　相似な図形

面積の比と体積の比（2）

名前 ______________________

【１】ΔABC の２辺 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とする。
次の問いに答えなさい。



（1）ΔABC の周の長さが 18 cm のとき，ΔAMN の周の長さを求めなさい。

ΔABC と ΔAMN の相似比は 2 : 1 だから，周の長さの比も 2 : 1

ΔAMN の周の長さを ℓ cm とすると，$18 : \ell = 2 : 1$

$\ell = 9$

答え　9 cm

（2）ΔABC の面積が 20 cm^2 のとき，台形MBCNの面積を求めなさい。

ΔABC と ΔAMN の相似比は 2 : 1 だから，面積の比は $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

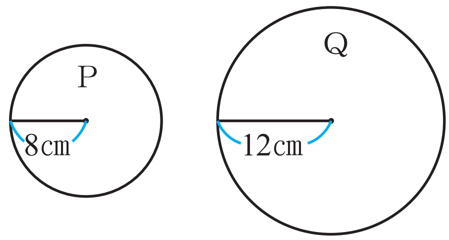
ΔAMN の面積を S cm^2 とすると，$20 : S = 4 : 1$

$S = 5$

台形MBCNの面積は，ΔABC $-$ ΔAMN $= 20 - 5 = 15$（cm^2）

答え　15 cm^2

【２】右の図の円 P と Q の周の長さの比と面積の比を求めなさい。



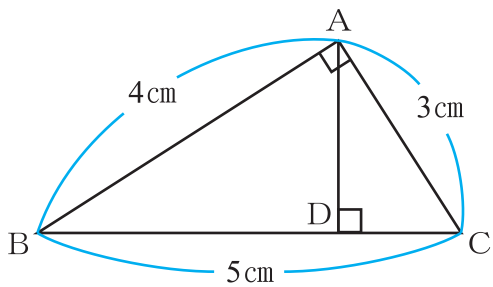
円 P と Q の相似比は $8 : 12 = 2 : 3$

よって，周の長さの比も 2 : 3

面積の比は $2^2 : 3^2 = 4 : 9$

周の長さの比　2 : 3　　　面積の比　4 : 9

【３】右の図のように，$\angle$BAC $= 90°$ の直角三角形ABC の頂点 A から辺 BC に垂線 AD を引いた。次の問いに答えなさい。



（1）Δ DBA の周の長さを求めなさい。

ΔABC と ΔDBA で，

$\angle$BAC $=$ $\angle$BDA $= 90°$，$\angle$B は共通だから，

ΔABC $\backsim$ ΔDBA

相似比は BC : BA $= 5 : 4$　　よって，周の長さの比も 5 : 4

ΔDBA の周の長さを ℓ cm とすると，$(4+5+3) : \ell = 5 : 4$

$5\ell = 12 \times 4$

$\ell = \dfrac{48}{5}$（cm）

答え　$\dfrac{48}{5}$ cm

（2）Δ DBA の面積を求めなさい。

ΔABC $= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$（cm^2）

（1）より，ΔABC と ΔDBA の相似比は 5 : 4 だから，

面積の比は $5^2 : 4^2 = 25 : 16$

ΔABC : ΔDBA $= 6 : \Delta$DBA $= 25 : 16$

$25 \times \Delta$DBA $= 6 \times 16$

ΔDBA $= \dfrac{96}{25}$（cm^2）

答え　$\dfrac{96}{25}$ cm^2

中３数学　相似な図形

面積の比と体積の比(3)

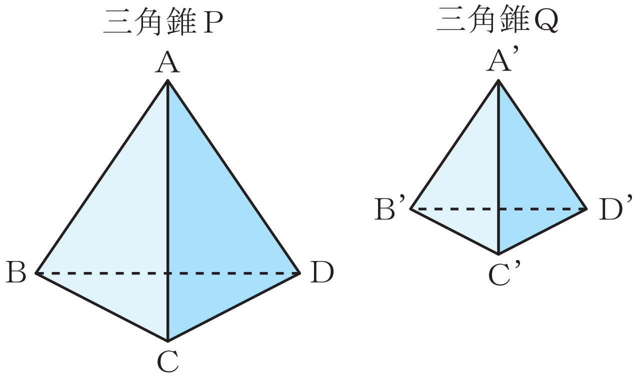
名前

相似な立体
ある立体を形を変えずに拡大したり，縮小したりした立体は，もとの立体と**相似**である。

立体の相似比
相似な立体の対応する部分（線分）の長さの比は一定であり，この比を**相似比**という。

立体の表面積と体積
相似な立体において，表面積の比は相似比の２乗に等しく，体積の比は相似比の３乗に等しい。
相似比が $m : n$ ならば，表面積の比は $m^2 : n^2$，体積の比は $m^3 : n^3$ である。

【１】右の図の三角錐（さんかくすい）ＰとＱは相似で，相似比は３：２である。
□をうめて，問いに答えなさい。



（1）三角錐ＰとＱの表面積の比を求めなさい。

表面積の比は，相似比の２乗に等しいから，

$3^2 : 2^2 = 9 :$ ㋐ 4

（2）三角錐Ｐの表面積が 144 cm² のとき，
三角錐Ｑの表面積を求めなさい。

三角錐Ｑの表面積を S cm² とすると，

（1）より，$144 : S = 9 :$ ㋑ 4

これを解くと，$S =$ ㋒ 64 ，よって，三角錐Ｑの表面積は ㋓ 64 cm²

（3）三角錐ＰとＱの体積の比を求めなさい。

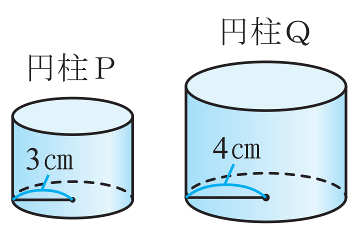
体積の比は，相似比の３乗に等しいから，$3^3 : 2^3 = 27 :$ ㋔ 8

（4）三角錐Ｐの体積が 108 cm³ のとき，三角錐Ｑの体積を求めなさい。

三角錐Ｑの体積を V cm³ とすると，（3）より，$108 : V = 27 :$ ㋕ 8

これを解くと，$V =$ ㋖ 32 ，よって，三角錐Ｑの体積は ㋗ 32 cm³

【２】右の図の円柱ＰとＱは相似である。



（1）円柱ＰとＱの表面積の比と体積の比を求めなさい。

相似比は，３：４だから，
表面積の比は $3^2 : 4^2 = 9 : 16$
体積の比は $3^3 : 4^3 = 27 : 64$

表面積の比　9：16

体積の比　27：64

（2）円柱Ｐの体積が 135 cm³ のとき，円柱Ｑの体積を求めなさい。

円柱Ｑの体積を V cm³ とすると，（1）より，$135 : V = 27 : 64$
$27V = 135 \times 64$
$V = 320$

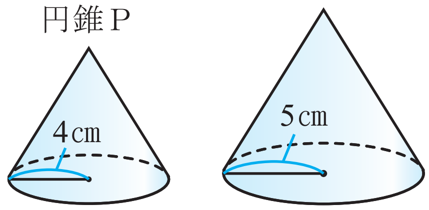
答え　320 cm³

中３数学　相似な図形

面積の比と体積の比（4）

名前

【１】右の図の円錐（えんすい）ＰとＱは相似である。次の問いに答えなさい。



（1）円錐ＰとＱの表面積の比を求めなさい。

相似比は，4：5 だから，
表面積の比は $4^2 : 5^2 = 16 : 25$

答え　16：25

（2）円錐Ｐの表面積が 112 cm^2 のとき，円錐Ｑの表面積を求めなさい。

三角錐Ｑの表面積を S cm^2 とすると，
（1）より，$112 : S = 16 : 25$
$16S = 112 \times 25$
$S = 175$

答え　175 cm^2

（3）円錐ＰとＱの体積の比を求めなさい。

相似比は，4：5 だから，
体積の比は $4^3 : 5^3 = 64 : 125$

答え　64：125

（4）円錐Ｐの体積が 128 cm^3 のとき，円錐Ｑの体積を求めなさい。

三角錐Ｑの体積を V cm^2 とすると，
（3）より，$128 : V = 64 : 125$
$64V = 128 \times 125$
$V = 250$

答え　250 cm^3

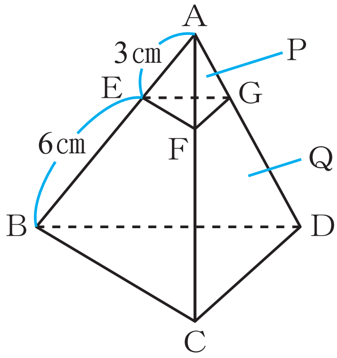
【２】球の半径の長さを３倍にしたとき，表面積と体積がもとの球の何倍になるか求めなさい。

相似比は，1：3 だから，
表面積の比は $1^2 : 3^2 = 1 : 9$
体積の比は $1^3 : 3^3 = 1 : 27$

表面積　9 倍

体積　27 倍

【３】右の図のように三角錐を底面と平行な平面で切って２つの部分ＰとＱに分けた。
次の問いに答えなさい。



（1）もとの三角錐とＰの体積の比を求めなさい。

相似比は，AB : AE ＝（3＋6）：3＝9：3＝3：1
よって，体積の比は $3^3 : 1^3 = 27 : 1$

答え　27：1

（2）もとの三角錐の体積が 81 cm^3 のとき，Ｑの体積を求めなさい。

Ｐの体積を V cm^3 とすると，（1）より，$81 : V = 27 : 1$
$27V = 81$
$V = 3$

したがって，Ｑの体積は，81－3 ＝78（cm^2）

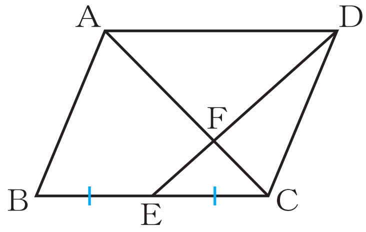
答え　78 cm^3

中３数学　相似な図形

面積の比と体積の比（5）

名前

【１】右の図のように平行四辺形ABCDで，辺BCに中点Eをとり，
対角線ACと線分DＥの交点をFとする。次の問いに答えなさい。



（1）ΔFADとΔFCEの面積の比を求めなさい。

相似比はAD：CE＝ 2：1 だから，
面積の比は $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

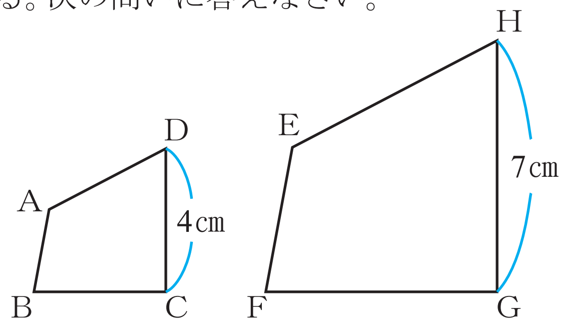
答え　4：1

（2）ΔFCEの面積が 8 cm^2 のとき，ΔFADの面積を求めなさい。

ΔFADの面積を S cm^2 とすると，（1）より，$S : 8 = 4 : 1$
$S = 32$

答え　32 cm^2

【２】右の図において，四角形ABCD∽四角形EFGHである。次の問いに答えなさい。



（1）四角形ABCDの周の長さが 16 cmのとき，
四角形EFGHの周の長さを求めなさい。

四角形ABCDと四角形EFGHの相似比は 4：7
よって，周の長さの比も 4：7
Δ四角形EFGHの周の長さを ℓcmとすると，
$16 : \ell = 4 : 7$
$\ell = 28$

答え　28 cm

（2）四角形EFGHの面積が 49 cm^2 のとき，四角形ABCDの面積を求めなさい。

四角形ABCDと四角形EFGHの相似比は 4：7 だから，面積の比は $4^2 : 7^2 = 16 : 49$
四角形ABCDの面積を S cm^2 とすると，$S : 49 = 16 : 49$
$S = 16$

答え　16 cm^2

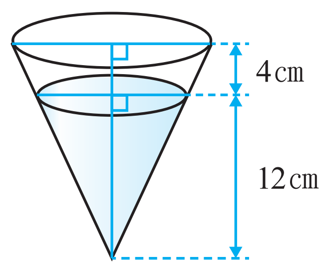
【３】球の半径の長さを $\frac{1}{3}$ 倍にしたとき，表面積と体積がもとの球の何倍になるか求めなさい。

相似比は，$1 : \frac{1}{3}$ だから，表面積の比は $1^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 : \frac{1}{9}$
体積の比は $1^3 : \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 1 : \frac{1}{27}$

表面積　$\frac{1}{9}$ 倍

体積　$\frac{1}{27}$ 倍

【４】右のような円錐（えんすい）形の容器に深さ 12 cmのところまで水が入っている。
次の問いに答えなさい。



（1）容器の容積と水の体積の比を求めなさい。

相似比は，(4＋12)：12＝16：12＝4：3 だから，
体積の比は $4^3 : 3^3 = 64 : 27$

答え　64：27

（2）水の体積が 297 cm^3 のとき，容器の容積を求めなさい。

容器の容積を V cm^3 とすると，（1）より，$V : 297 = 64 : 27$
$27V = 297 \times 64$
$V = 704$

答え　704 cm^3