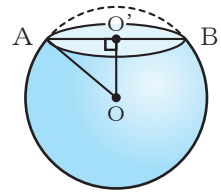


空間図形への活用(1)

球への活用

三平方の定理を利用して円の弦の長さを求めるのと同様に、球を平面で切った切り口の円の直径を求めることができる。

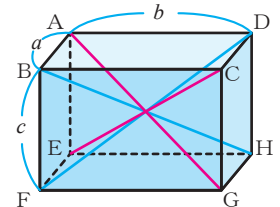


直方体の対角線とその長さ

右の図の直方体で、線分AG, BH, CE, DFは、いずれもこの直方体の対角線であり、その長さはすべて等しい。

縦、横、高さが、それぞれ a, b, c の直方体の対角線の長さは、

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ である。}$$



- 【1】右の図のように、半径 8 cm の球を、中心 O からの距離が 4 cm の平面で切った。□をうめて、切り口の円 O' の直径 AB の長さを求めなさい。

$\triangle OAO'$ は OA を斜辺とする直角三角形なので、

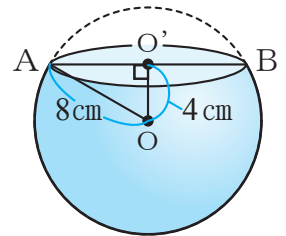
$$\text{三平方の定理より、 } OA^2 = (AO')^2 + (OO')^2$$

$$8^2 = (AO')^2 + 4^2$$

$$(AO')^2 = \boxed{\text{㊦}}$$

$$AO' > 0 \text{ だから、 } AO' = \boxed{\text{㊧}}$$

$$O' \text{ は AB の中点だから、 } AB = 2AO' = \boxed{\text{㊨}} \text{ (cm)}$$



- 【2】□をうめて、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の図の直方体で、 $AB = 3 \text{ cm}$ 、 $AD = 5 \text{ cm}$ 、 $DH = 4 \text{ cm}$ であるとき、対角線 BH の長さを求めなさい。

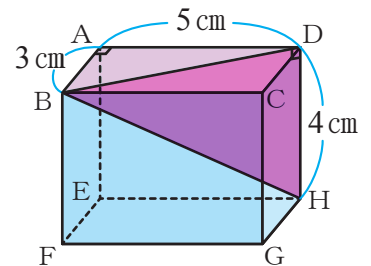
$\triangle BDH$ は BH を斜辺とする直角三角形なので、

$$BH^2 = BD^2 + DH^2 \quad \dots\dots \text{㊠}$$

$$\triangle ABD \text{ で、 } BD^2 = AB^2 + AD^2 = 3^2 + 5^2 = \boxed{\text{㊢}} \quad \dots\dots \text{㊡}$$

$$\text{㊠, ㊡より、 } BH^2 = 34 + DH^2 = 34 + 4^2 = \boxed{\text{㊣}}$$

$$BH > 0 \text{ だから、 } BH = \boxed{\text{㊤}} \text{ (cm)}$$



- (2) 1 辺が 3 cm の立方体の対角線の長さを求めなさい。

直方体の対角線の長さ = $\sqrt{(\text{縦})^2 + (\text{横})^2 + (\text{高さ})^2}$ であるから、求める対角線の長さを

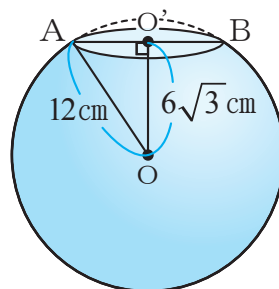
$$x \text{ cm とすると、 } x = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \boxed{\text{㊦}}$$

よって対角線の長さは、 $\boxed{\text{㊧}}$ である。



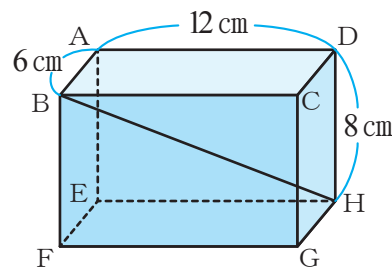
空間図形への活用(2)

【1】右の図のように、半径12 cmの球を、中心Oからの距離が $6\sqrt{3}$ cmの平面で切った。切り口の円O'の直径ABの長さを求めなさい。



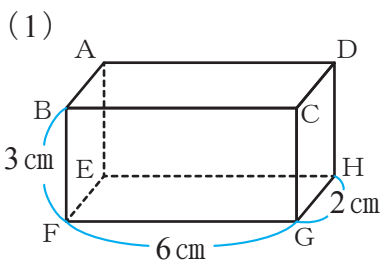
答え _____

【2】右の図の直方体で、 $AB = 6$ cm, $AD = 12$ cm, $DH = 8$ cm であるとき、対角線BHの長さを求めなさい。

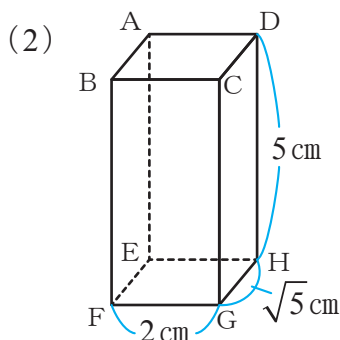


答え _____

【3】下の図の直方体の対角線の長さを求めなさい。

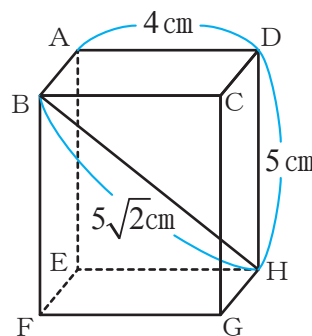


答え _____



答え _____

【4】右の図の直方体で、 $AD = 4$ cm, $DH = 5$ cm, $BH = 5\sqrt{2}$ cm であるとき、辺ABの長さを求めなさい。



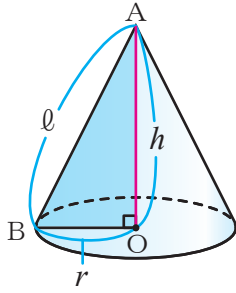
答え _____



空間図形への活用(3)

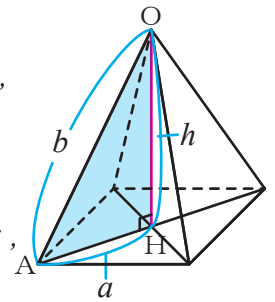
円錐への活用

右の図のような円錐で、
底面の半径を r 、
母線の長さを l 、
高さを h とすると、
 $\triangle ABO$ は直角三角形なので、
 $l^2 = r^2 + h^2$ が成り立つ。



正四角錐への活用

右の図のような正四角錐で、
 $AH = a$ 、 $OA = b$ 、
高さを h とすると、
 $\triangle OAH$ は直角三角形なので、
 $b^2 = a^2 + h^2$ が成り立つ。



【1】 □ をうめて、次の問いに答えなさい。

(1) 底面の半径が 4 cm、母線の長さが 8 cm の円錐の高さを求めなさい。

頂点 A から底面に垂線 AO をひくと、O は底面の円の中心であり、求める高さは AO の長さである。

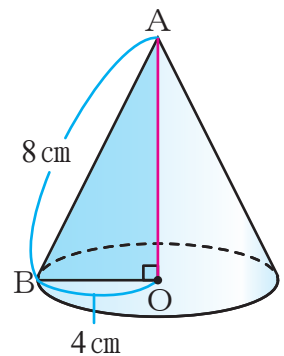
$\triangle ABO$ は直角三角形なので、

$$AB^2 = AO^2 + BO^2$$

$$AO^2 = AB^2 - BO^2 = 8^2 - 4^2 = \text{㊦}$$

$$AO > 0 \text{ だから、} AO = \text{㊧} \text{ (cm)}$$

よって円錐の高さは、 ㊨ である。



(2) 底面が 1 辺 4 cm の正方形、側面の辺 OA の長さが 8 cm の正四角錐の高さを求めなさい。

頂点 O から底面に垂線 OH をひくと、H は底面の正方形の対角線 AC の中点であり、求める高さは OH の長さである。

$\triangle ABC$ は直角二等辺三角形なので、

$$AB : AC = 1 : \text{㊩}$$

$$AC = AB \times \sqrt{2} = \text{㊪} \text{ (cm)}$$

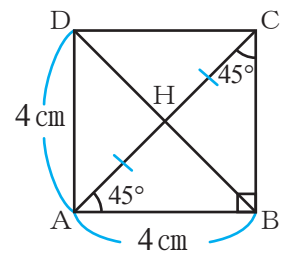
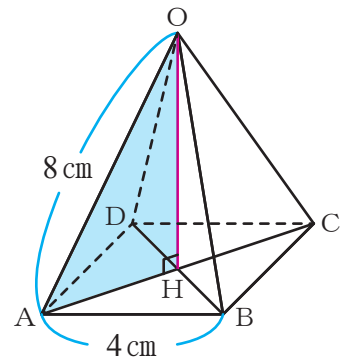
$$AH = AC \div 2 = 4\sqrt{2} \div 2 = \text{㊫} \text{ (cm)}$$

$\triangle OAH$ で、 $OA^2 = AH^2 + OH^2$

$$OH^2 = OA^2 - AH^2 = 8^2 - (2\sqrt{2})^2 = \text{㊬}$$

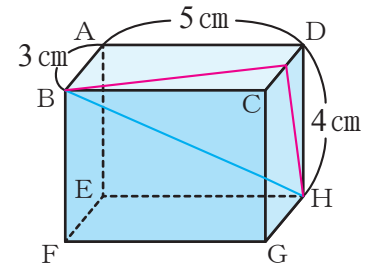
$$OH > 0 \text{ だから、} OH = \text{㊭} \text{ (cm)}$$

よって求める高さは、 ㊮ である。



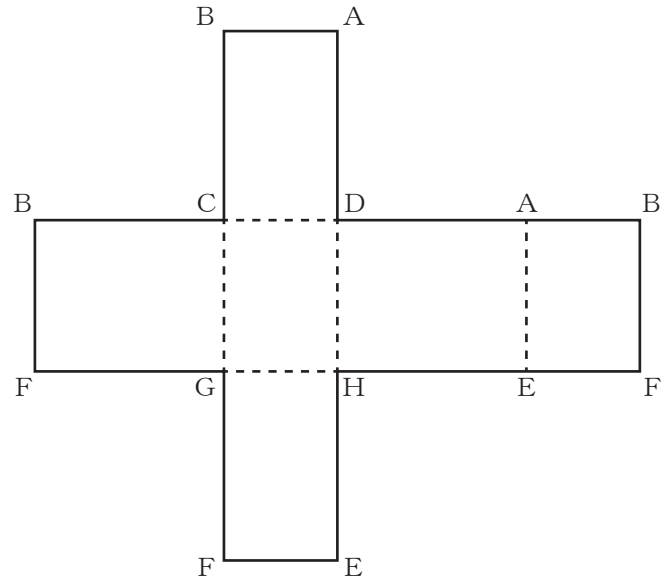
空間図形への活用(4)

【1】右の図の直方体に、点Bから点Hまで糸をかける。
次の問いに答えなさい。



(1) 辺CDを通過してかける場合と、辺CGを通過してかける場合の2通りのかけかたで、糸の長さがそれぞれもっとも短くなる時の糸のようすを右下の展開図にかき入れなさい。

(2) (1)の2通りのかけかたをしたときの、糸の長さをそれぞれ求めなさい。
また、辺CDと辺CGのどちらを通過してかけるほうが、より短いといえるか答えなさい。

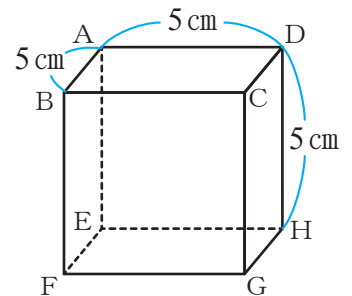


辺CDを通る糸の長さ _____

辺CGを通る糸の長さ _____

答え _____

【2】右の図の1辺が5 cmの立方体に、点Aから辺BCを通過して点Gまで糸の長さがもっとも短くなるように糸をかけた。
このときの、糸の長さを求めなさい。

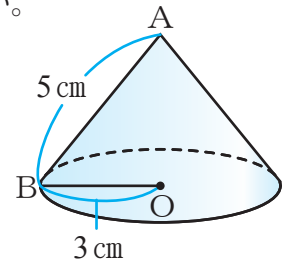


答え _____



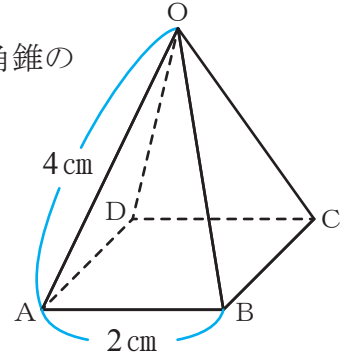
空間図形への活用(5)

【1】右の図の底面の半径が3 cm, 母線の長さが5 cmの円錐の体積を求めなさい。



答え _____

【2】右の図の底面が1辺2 cmの正方形, 側面の辺OAの長さが4 cmの正四角錐の体積と表面積を求めなさい。

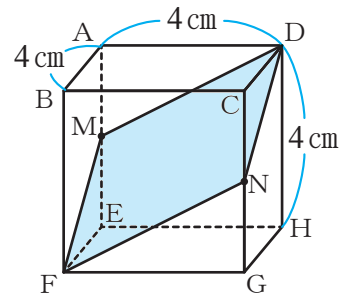


体積 _____

表面積 _____

【3】右の図の1辺が4 cmの立方体で, 辺AEの中点をM, 辺CGの中点をNとする。次の問いに答えなさい。

(1) 線分MNの長さを求めなさい。



答え _____

(2) 線分DFの長さを求めなさい。

答え _____

(3) 四角形DMFNの面積を求めなさい。

答え _____

