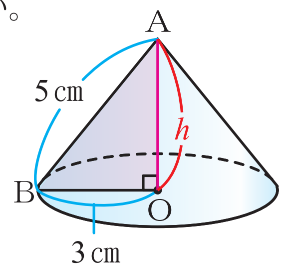
空間図形への活用(5)

名前

【１】右の図の底面の半径が 3 cm , 母線の長さが 5 cmの円錐の体積を求めなさい。



AOの長さを h cmとすると , ΔABOは直角三角形なので ,

$AB^2 = h^2 + BO^2$

$h^2 = AB^2 - BO^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

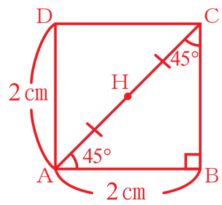
$h>0$ だから , $h=4$

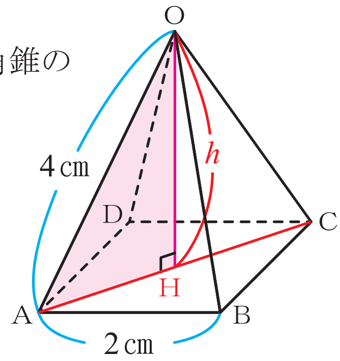
求める体積を V cm³ とすると ,

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$

答え　12π cm³

【２】右の図の底面が１辺 2 cmの正方形 , 側面の辺ＯＡの長さが 4 cmの正四角錐の体積と表面積を求めなさい。





正四角錐の頂点から底面へ垂線OHをひくと , 点Hは底面の正方形の対角線ACの中点である。

ΔABCは直角二等辺三角形なので , AB : AC = 2 : AC = 1 : $\sqrt{2}$

AC = $2\sqrt{2}$ (cm)

AH = AC ÷ 2 = $\sqrt{2}$ (cm)

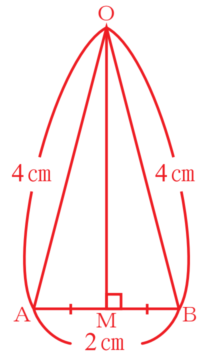
OHの長さを h cmとすると , ΔOAHは直角三角形なので ,

$OA^2 = h^2 + AH^2$

$h^2 = OA^2 - AH^2 = 4^2 - (\sqrt{2})^2 = 14$

$h>0$ だから , $h=\sqrt{14}$

求める体積を V cm³ とすると , $V = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \sqrt{14} = \frac{4\sqrt{14}}{3}$



右の図のように , 正四角錐の側面のΔOABの点Oから辺ABに垂線をひき , ABとの交点をMとすると , MはABの中点になるので , AMの長さは 1 cmである。

ΔOAMは直角三角形なので , $OA^2 = AM^2 + OM^2$

$OM^2 = OA^2 - AM^2 = 4^2 - 1^2 = 15$

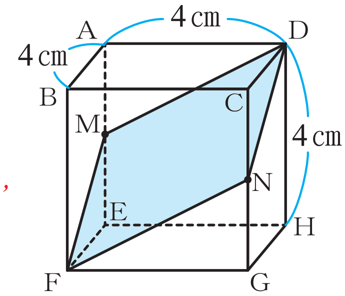
OM>0 だから , OM = $\sqrt{15}$ よって ΔOABの面積は $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{15} = \sqrt{15}$ (cm²)

求める表面積を S cm² とすると , 側面の４つの三角形はすべて合同だから ,

$S = 4 \times$ ΔOAB + 底面積 $= 4 \times \sqrt{15} + 2^2 = 4 + 4\sqrt{15}$

体積　$\frac{4\sqrt{14}}{3}$ cm³　　表面積　$4 + 4\sqrt{15}$ cm²

【３】右の図の１辺が 4 cmの立方体で , 辺ＡＥの中点をＭ, 辺ＣＧの中点をＮとする。次の問いに答えなさい。



(1) 線分ＭＮの長さを求めなさい。

MN = ACであり , ACは２辺が 4 cmの直角二等辺三角形の斜辺だから ,

4 : AC = 1 : $\sqrt{2}$

AC = MN = $4\sqrt{2}$ (cm)

答え　$4\sqrt{2}$ cm

(2) 線分ＤＦの長さを求めなさい。

$DF = \sqrt{AB^2 + AD^2 + DH^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3}$ (cm)

答え　$4\sqrt{3}$ cm

(3) 四角形ＤＭＦＮの面積を求めなさい。

２辺とその間の角が等しいので , ΔAMD ≡ ΔEMF ≡ ΔGNF ≡ ΔCNDである。

よって , 四角形DMFNは４つの辺がすべて等しいひし形である。

求める面積を S cm² とすると , $S = MN \times DF \div 2 = 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} \div 2 = 8\sqrt{6}$

答え　$8\sqrt{6}$ cm²