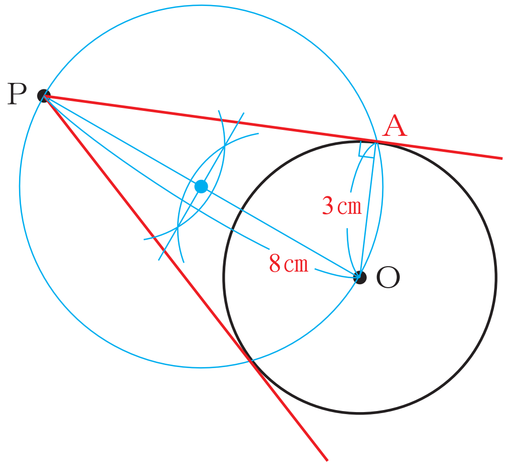
円の性質の利用(5)

名前

【１】コンパスと定規を用いて，右の図の点Ｐから円Ｏへの接線を作図しなさい。
また，円Ｏの直径が 6 cm，円の中心Ｏから点Ｐまでの距離が 8 cmのときの接線の長さを計算しなさい。



接点をＡとすると，OAは円Ｏの半径だから，OA＝3 cm
接線の長さを x とすると，
ΔＰＯＡはＰＯを斜辺とする直角三角形だから，
三平方の定理より，

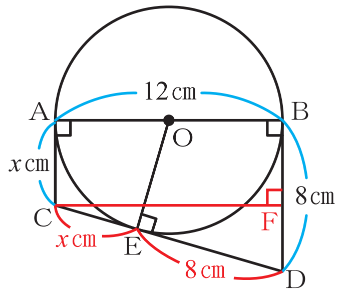
$x^2+3^2=8^2$

$x^2=55$

$x>0$ だから，$x=\sqrt{55}$

接線の長さ　$\sqrt{55}$ cm

【２】右の図において，ＡＢは円Ｏの直径，ＣＤは点Ｅにおける円Ｏの接線である。x の値を求めなさい。



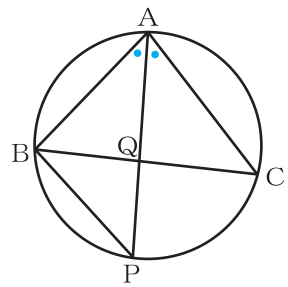
点ＣからBDに垂線CFをひくと，ＣＦ＝ＡＢ＝12 cm
円の外部の１点からひいた２本の接線の長さは等しいから，
ＣＥ＝ＣＡ＝x cm，ＤＥ＝ＤＢ＝8 cm
ΔCDFはCDを斜辺とする直角三角形だから，
三平方の定理より，$CF^2+DF^2=CD^2$

$12^2+(8-x)^2=(x+8)^2$

これを解いて，　$x=4.5$

答え　$x=4.5$

【３】右の図において，A, B, Cは円周上の点であり，∠BACの二等分線と円との交点をP，弦ＢＣとの交点をＱとする。次の問いに答えなさい。



(1) ΔＡＢＰ∽ΔＡＱＣとなることを証明しなさい。

ΔＡＢＰとΔＡＱＣにおいて，
APは∠BACの二等分線だから，∠BAP＝∠QAC　…①
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので，∠APB＝∠ACQ　…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，ΔＡＢＰ∽ΔＡＱＣ

(2) ΔＡＢＰ∽ΔＢＱＰとなることを証明しなさい。

ΔＡＢＰとΔＢＱＰにおいて，
$\overset{\frown}{PC}$に対する円周角は等しいので，∠QBP＝∠CAP
APは∠BACの二等分線だから，∠BAP＝∠CAP
よって，∠QBP＝∠BAP　…①
共通の角なので，∠APB＝∠BPQ　…②
①，②より，２組の角がそれぞれ等しいので，ΔＡＢＰ∽ΔＢＱＰ