解答・解説

1 パスカルの三角形 ①

答え

1 ① （左から順に）2，4，8，16

② 【例】段の数が1増えると，各段の数の総和は2倍になる。10段目の数の総和は，1に2を（10 − 1）回かけた数になるので，

1×2×2×2×2×2×2×2×2×2
= 512

③ 99

④ 499500

考え方

1 ①② 下の表のように，段の数が1増えると，各段の数の総和は2倍になります。

何段目	1	2	3	4	5
総和	1	2	4	8	16

×2 ×2 ×2 ×2

このことに注目すると，各段の数を調べずに総和を求めることができます。

なお，10段目の数の総和は，

6段目…16 × 2 = 32

7段目…32 × 2 = 64

……

10段目…256 × 2 = 512

のように順に求めることもできます。

丸つけは，次の2つが書けていれば正解とします。各15点。

・段の数が1増えると，各段の数の総和が2倍になること
・10段目の数の総和を求める式

③ 各段の左から2番目の数は，段の数から1ひいたものに等しくなります。だから，100段目の左から2番目の数は，

100 − 1 = 99

④ 左から3番目の数は，

3段目…1

4段目…1 + 2 = 3

5段目…1 + 2 + 3 = 6

6段目…1 + 2 + 3 + 4 = 10

のように，1から（段の数 − 2）までの整数の和で表すことができます。したがって，1001段目の左から3番目の数を求める式は，

1 + 2 +…+ 998 + 999

となります。この和を，たして1000になる2つの数の組が，

999 ÷ 2 = 499 あまり 1

より，499個できることに注目して計算すると，

1 + 2 +…+ 500 +…+ 998 + 999

= 1000 × 499 + 500 = 499500

となります。なお，この和は，

	1	+	2	+…+	998	+	999
+	999	+	998	+…+	2	+	1
	1000	+	1000	+…+	1000	+	1000

のように，1000を999個つくって，

1000 × 999 ÷ 2 = 499500

と求めることもできます。この考え方を利用すると，「知っていたらかっこいい！」でしょうかいした，x番目に小さい三角数を求める式，

（x + 1） × x ÷ 2

を導くことができます。

2 パスカルの三角形 ②

答え

1 ① （左から順に）2，3，5，8

② 【例】ある行の数の総和は，2つ前の行と1つ前の行の数の総和をたした数になる。だから，

7行目…5 + 8 = 13

8行目…8 + 13 = 21

9行目…13 + 21 = 34

10行目…21 + 34 = 55

③ 【例】4番目の数は，

（奇数） + （偶数） = （奇数）

より奇数。5番目の数は，

（偶数） + （奇数） = （奇数）

より奇数。6番目の数は，

（奇数） + （奇数） = （偶数）

より偶数。これより，「奇数，奇数，偶数」をくり返すことがわかるので，9番目，12番目，…のような3の倍数番目の数はすべて偶数になる。

考え方

1 ①② 3行目の数の総和は，1行目と2行目の数の総和をたした数になっています。

何行目	1	2	3	4	5	6
総和	1	1	2	3	5	8

1 + 1 = 2　3 + 5 = 8

同じことが，ほかの行の数の総和でも成り立っています。すなわち，ある行の数の総和は，2つ前の行と1つ前の行の数の総和をたしたものになっています。

このことに注目すると，各行の数を調べずに総和を求めることができます。

丸つけは，次の２つが書けていれば正解とします。各20点。

・ある行の数の総和が，２つ前の行と１つ前の行の数の総和をたした数になること
・10行目の総和を求める式

③　あるx番目の数が偶数になるか，奇数になるかは，２つ前の（$x-2$）番目と１つ前の（$x-1$）番目の数が偶数か奇数かに注目して考えます。

なお，７番目の数は，４番目の数と同じようにして，

（奇数）＋（偶数）＝（奇数）

より奇数。８番目の数は，５番目の数と同じようにして，

（偶数）＋（奇数）＝（奇数）

より奇数。９番目の数は，６番目の数と同じようにして，

（奇数）＋（奇数）＝（偶数）

より偶数とわかります。

「１番目，２番目，３番目」
→「４番目，５番目，６番目」
→「７番目，８番目，９番目」

のように，３つをかたまりとして考えていくのがポイントで，「奇数，奇数，偶数」をくり返すことから，３の倍数番目の数は偶数とわかります。

丸つけは，次の２つが書けていれば正解とします。各20点。

・６番目の数が偶数になる理由
・「奇数，奇数，偶数」をくり返すこと

3　カレンダーの算数

答え

1　①① 6　② 12　③ 2　④ 12

②【例】囲んだ５つの数は，x，$x+6$，$x+7$，$x+8$，$x+14$と表すことができる。だから，５つの数の和は，$x\times5+35$となり，真ん中の数の５倍は，

$(x+7)\times5=x\times5+35$

となる。したがって，５つの数の和と真ん中の数の５倍は同じ式で表すことができるので，等しいことがわかる。

考え方

1①　囲んだ３つの数について，真ん中の数は，右上の数より６大きくなります。また，左下の数は，右上の数より12大きくなります。右上の数はxだから，

真ん中の数…$x+6$
左下の数　…$x+12$

		x
	$x+6$	
$x+12$		

そして，右上の数と左下の数の和は，

$x+(x+12)=x\times2+12$

となります。ここでは，xが２つあるので，$x+x$を，$x\times2$と表しています。

真ん中の数の２倍は，

$(x+6)\times2=x\times2+6\times2$
$=x\times2+12$

となります。ここでは，計算のきまり，

（○＋△）×□＝○×□＋△×□

を使っています。

したがって，「右上の数と左下の数の和」と「真ん中の数の２倍」は同じ式で表すことができるので，等しいことがわかります。

②　いちばん小さい数をxとおくと，囲んだ５つの数は，次のように表すことができます。

	x	
$x+6$	$x+7$	$x+8$
	$x+14$	

だから，５つの数の和は，

$x+(x+6)+(x+7)$
$+(x+8)+(x+14)$
$=x\times5+35$

となります。ここでは，xが５つあるので，$x+x+x+x+x$を，$x\times5$と表しています。

そして，真ん中の数の５倍は，

$(x+7)\times5=x\times5+7\times5$
$=x\times5+35$

となります。

したがって，「５つの数の和」と「真ん中の数の５倍」は同じ式で表すことができるので，等しいことがわかります。

丸つけは，次の２つが書けていれば正解とします。各20点。

・５つの数が，x，$x+6$，$x+7$，$x+8$，$x+14$と表せること
・「５つの数の和」と「真ん中の数の５倍」が，$x\times5+35$と表せること